



Ahojte stromáci,

po zimnom spánku sme tu zas. Popravde, my sme si až tak nepospali, ale hľadali sme nové zaujímavé úlohy, ktorými by sme vás potešili. Sme veľmi radi, že v zimnej časti vás bolo hojne a veríme, že aj teraz sa s vervou slovenských chlapov a dievok pustíte do ďalších dvoch serií. Prajeme vám, nech pri rátaní mnohých z nich zažijete ten čarovný pocit z objavovania, rovnaký, ako mal ujo Newton, keď na neho padlo jablko zo **STROMu** :-)

Vaši **STROM**isti

2% pre STROM

Blíži sa obdobie, kedy vaši rodičia môžu venovať 2% zo svojích daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my. Ako všetkým, aj nám sa peniaze zídu. Využijeme ich na pokrytie nákladov spojených s aktivitami pre Vás (kopírovanie časopisov, poštovné, aktivity na sústreďení ...). Chceme Vás preto poprosiť, aby ste rodičom, súrodencom, tetám, strýkom, babkám, dedkom, susedom, cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, či by svojou troškou nepodporili našu dobrovoľnícku činnosť. Všetky potrebné informácie nájdete na našej stránke www.strom.sk, kde si stačí kliknúť na banner 2% percentá. Ďakujeme!

Problem of the week

Po krátkej pauze sa opäť vracia obľúbené POW – Problem of the week. Už od 2. marca na stránke <http://seminar.strom.sk/pow> nájdete každý týždeň jednu novú úlohu. Pravidlá POWu sa oproti predošlej časti mierne upravili.

Riešenie úloh posielajte mailom na adresu pow@strom.sk, s predmetom správy v tvare POW{poradové číslo úlohy} {meno a priezvisko} (napr. POW1 Jozef Mrkva), v tele správy uveďte vaše riešenie (spravidla je to číslo).

Za správne riešenie každej úlohy môžete získať 1 bod. Ak pošlete riešenie úlohy v týždni, v ktorom bola zadaná, dostanete za správne riešenie 2 body. Ak bude vaše riešenie poslané v prvý deň zverejnenia úlohy, získate bod navyše, čiže spolu 3 body. Za nesprávnu odpoveď dostanete 0 bodov. Riešenie jednej úlohy je možné poslať len raz.

Úlohy z predošlých týždňov budú na webovej stránke zapísané v archívnom súbore, kde sa postupne budú pridávať jednotlivé úlohy aktuálneho ročníka; bude ich teda možné riešiť až do skončenia súťaže. Počet získaných bodov za jednotlivé úlohy bude aktualizovaný raz týždenne, vždy pri zverejnení novej úlohy. Koniec letnej časti POW je o polnoci v nedeľu 28.6.2009.

Najlepších z vás čaká prekvapenie.

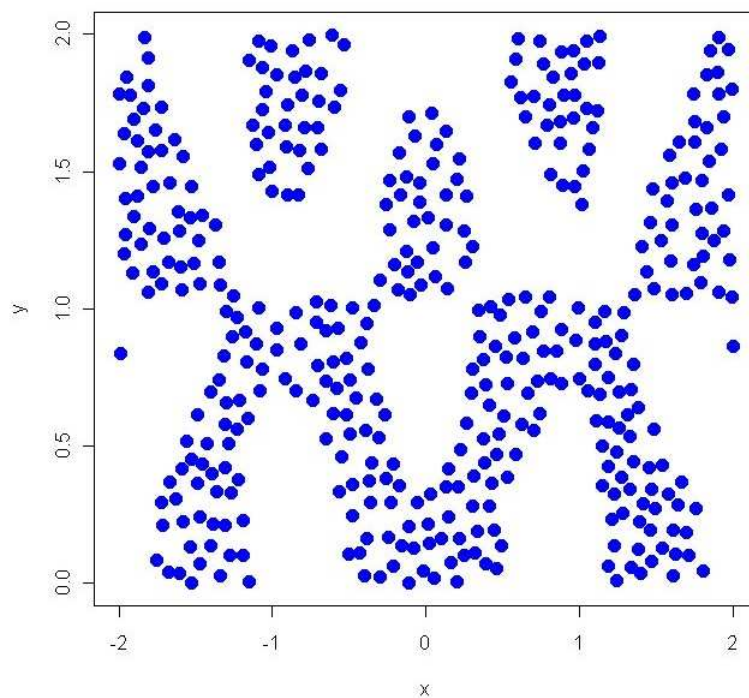
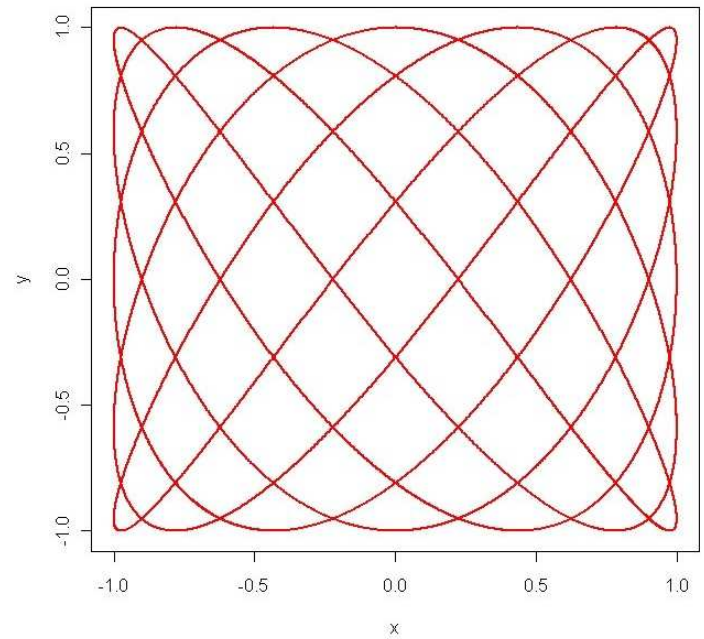
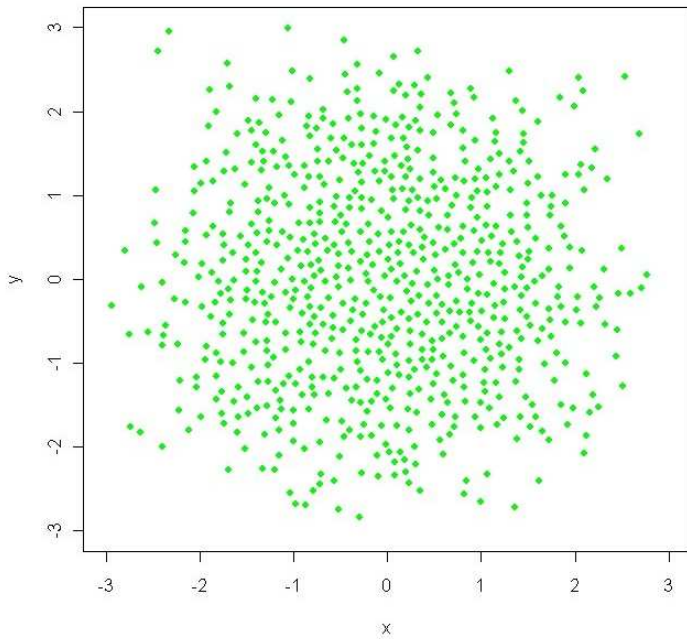
Potrénuj si svoj odhad

S letnou časťou nemáme pre vás len nové príklady, ale aj niečo na odreagovanie sa a potešenie duše. Ak si budete chcieť na chvíľu oddýchnúť od rozmýšľania, tak sa pustite do našej hry. Stačí vám dobrý odhad. Nepotrebuje žiadne pomôcky, iba dobrú (= ženskú ;-)) intuíciu. Máte tri úlohy. Určiť

- 1) počet bodíkov na prvom obrázku,
- 2) celkovú dĺžku uzavretej krivky na druhom obrázku,

3) vertikálnu (y-ovú) súradnicu ťažiska systému krúžkov na treťom obrázku.

Motiváciou vám môže byť fajná čokoláda, ktorú vyhrá najlepší odhadca. Vaše tipy nám pošlite spolu s prvou sériou na osobitnom papieri. Do zohadovania, priatelia!



Pokyny pre riešiteľov

Seminár je určený pre žiakov prvého až štvrtého ročníka stredných škôl a príslušných tried osemročných gymnázií a bilingválnych gymnázií. Zapojiť sa môžu aj žiaci z nižších ročníkov; v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako prváci. **STROM** je súťaž jednotlivcov.

Úlohy riešte zásadne samostatne, neodpisujte, v riešeníach vysvetľujte celý svoj myšlienkový postup

ako v Matematickej olympiáde. Svoje riešenia môžete poslať poštou alebo e-mailom, nie osobne. Pri opravovaní sa držíme zásady, že čo sa nedá prečítať, nemôže byť ohodnotené bodmi. Preto zväzťte, či nenapíšete svoje riešenie na počítači. Riešenia poštou zasielajte do uvedeného termínu (rozhoduje dátum poštovej pečiatky) na adresu

PF UPJŠ
STROM
Jesenná 5
041 54 Košice.

V prípade zasielania riešení e-mailom ich posielajte na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk. Preferujeme súbory vo formáte PDF. Každú úlohu posielajte osobitne a do predmetu e-mailu napíšte (bez diakritiky) Uloha 1, respektíve Uloha 2, respektíve Uloha 3, respektíve Uloha 4. Vaše riešenia musia dôjsť pred polnocou v deň termínu série a len na uvedenú adresu. Ich prijatie bude potvrdené e-mailom. Technické problémy na našej či vašej strane nie sú dôvodom na akceptovanie riešení doručených po termíne. Akceptujeme prvé riešenie danej úlohy, ktoré pošlete.

S prvou sériou, ktorej riešenia nám posielate, pošlite vyplnenú **prihlášku**. Riešenie každej úlohy píšete na samostatný papier **formátu A4**, respektíve do samostatného súboru, na výšku s **menom, školou, triedou a číslom úlohy**. Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás cez e-mail strom@strom.sk.

Bodovanie úloh závisí od kvality riešenia. Za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžete získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh. Preto sa nebojte poslať aj svoje neúplné riešenia. Do poradia sa započítavajú všetky štyri úlohy + úloha podľa ročníka riešiteľa.

Prvákom sa do poradia navyše započítava najlepšie vyriešená úloha.

Druhák sa do poradia navyše započítava druhá najlepšie vyriešená úloha.

Tretiak sa do poradia navyše započítava tretia najlepšie vyriešená úloha.

Štvrták sa do poradia navyše započítava najhoršie vyriešená úloha.

Varovania (!!!). Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú za odpisovanie a za poslanie riešení po termíne. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópia“, ktoré ostávajú bez bodu. Pri opakovanom odpisovaní dávame nula bodov aj pri podobných riešeniach. V prípade neskorého odoslania riešení vám body delíme na polovicu a zaokrúhlime nahor. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie). V prípade, že nie ste spokojní s bodovým ohodnotením vášho riešenia, môžete nám do dvoch týždňov od rozoslania riešení zaslať poštou sťažnosť a tá bude prešetrená.

Hlasovanie úloh závisí od zaujímavosti a jedinečnosti vášho riešenia. Radosť vám môže spraviť 1 hlas (prehľadné, jasné riešenie), alebo 2 či 3 hlasy za výnimočné a originálne nápady. Ak nájdete riešenie v literatúre, kladné hlasy si nepripočítate. Naopak, hrôzu budiace riešenia (výzorom, zložitou) získajú -1 hlas. Horšie obídu tí, ktorým opakovane za odpisovanie strhneme body. Po ich vydelení počtom odpisujúcich dostanú -3 hlasy, po veľkom odpisovaní je to -5 hlasov za každú odpísanú úlohu. Riešitelia s najvyšším počtom hlasov budú na konci semestra odmenení. Tak hor sa do hľadania pekných riešení, zabudnime na odpisovanie a hrajme sa s matematikou!

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Zúčastnia sa ho najlepší riešitelia podľa záverečného poradia a členovia minimálne prvých troch najlepších družstiev z matboja, ak sa v príslušnom polroku koná. Prípadní ďalší účastníci a náhradníci sú pozývaní podľa poradia **STROMu** a matboja; nie však tí riešitelia, ktorí už majú maturitu za sebou. Na sústredenie nebudú vôbec pozvaní riešitelia, ktorí získali v príslušnom semestri -3 alebo menej hlasov.

Zadania úloh letného semestra 33. ročníka

3 Tretia séria

Termín odoslania riešení: **16. 3. 2009**

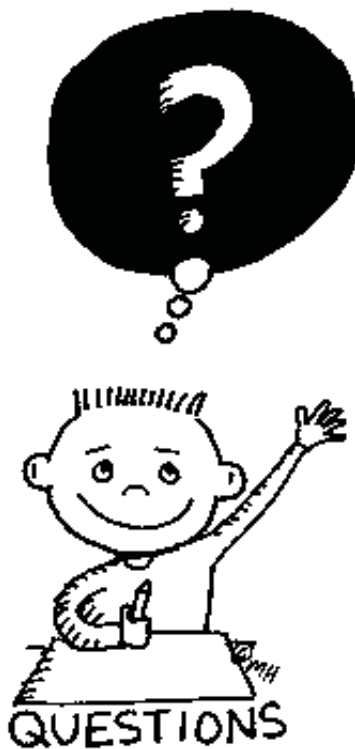
1. Vlada a Tomáša jedného dňa prestalo baviť študovať matematiku a tak sa rozhodli že ako správni spolubývajúci sa presťahujú niekam, kde je čistý vzduch a kde nie sú žiadne problémy. Preto sa dohodli, že si kúpia pozemok. Štúdium matematiky v nich ale zanechalo hlboké stopy. Kúpili si pozemok v tvare tetivového štvoruholníka. Po bratsky si chceli rozdeliť pozemok na dve polovice s rovnakým obvodom a obsahom. Vypočítali si, že musia zapichnúť kôl do jednej strany štvoruholníka a spojiť ho s protiľahlým vrcholom (sú dva, vyberte si jeden :-). Ukážte, že ak takto získali dva pozemky s rovnakým obvodom a obsahom, potom musia mať dve strany pôvodného pozemku rovnakú dĺžku.
2. Marek dostal na narodeniny sadu „skoro eurokalkulačiek“. „Skoro eurokalkulačky“ vedeli robiť len jednu vec. Zadáš číslo, stlačíš veľké okrúhle tlačidlo a kalkulačka ti ukáže nejaké číslo. Marek sa chvíľu hral a zistil, ako fungujú. Na zadnej strane každej kalkulačky je napísaný nejaký polynóm s celočíselnými koeficientami. Všetko, čo robila kalkulačka, nebolo nič iné ako to, že číslo dosadila do polynómu. Navyše si Marek v návode prečítal, že každá kalkulačka pri zadaní čísla 5 ukáže číslo 2005, tzv. „eurokúzlo“. Marek si tieto kalkulačky obľúbil a tak skúšal, aké výsledky dostane, keď vyskúša aj iné čísla. Nepáčilo sa mu ale, že keď zadal čísla 30 alebo 2005 do kalkulačky, nikdy nedostal druhú mocninu celého čísla. Povedal si ale, že to bude určite len preto, že má málo kalkulačiek a tak si opýtal nové „skoro eurokalkulačky“ aj na meniny.
 - a) Je možné, aby dostal aj takú, ktorá mu ukáže druhú mocninu prirodzeného čísla, ak zadá číslo 30?
 - b) Je možné, aby dostal aj takú, ktorá mu ukáže druhú mocninu prirodzeného čísla, ak zadá číslo 2005?
3. Feri je milovníkom čokoládovej a vanilkovej zmrzliny. Každý deň si náhodne vyberie jednu z nich a dá si ju ako zákusok po obede. Katka sa rozhodla, že si bude viesť záznamy o tejto Ferkovej úchyľke. Počas prvých dvoch týždňov v roku 2008 zistila, že Feri zjedol 10 čokoládových a 4 vanilkové zmrzliny. Po úmornom roku zapisovania prišla na to, že v roku 2008 zjedol Feri 244 čokoládových a 122 vanilkových zmrzlín.
 - a) Ukážte, že existuje 7 dní po sebe počas prvých dvoch týždňov Katkinho zapisovania, počas ktorých Feri zjedol práve 2 vanilkové zmrzliny.
 - b) Ukážte, že existuje 183 dní po sebe v roku 2008, keď Feri zjedol presne 122 čokoládových zmrzlín.
4. Dávid rád vystrihuje rôzne útvary z papiera. Nedávno našiel starý papier, na ktorom bola trojuholníková sieť, pričom sa skladala z trojuholníkov so stranami dĺžky 1. Papier bol dosť veľký na to, aby Dávid vedel vystrihnúť ľubovoľne veľký útvar. Navyše strihal len po čiarach a vystrihnuté útvary nemuseli byť konvexné.
 - a) Aký najmenší obsah môže mať vystrihnutý mnohoúholník s obvodom 2009? Nájdite príklad a ukážte, že žiaden iný nemá menší obsah.
 - b) Musí byť ten mnohoúholník, ktorý má spomedzi všetkých útvarov s obvodom 2009 najväčší obsah, konvexný?
 - c) Aký najväčší obsah môže mať vystrihnutý mnohoúholník s obvodom 2009? Nájdite príklad a ukážte, že žiaden iný nemá väčší obsah.

4 Štvrtá séria

Termín odoslania riešení: **20. 4. 2009**

1. Vedúci STROMu si boli zase zahrať frisbee. Proti nim hral tím konkurenčného seminára, preto nechceli nič nechať na náhodu a hľadali najlepšie postavenie. Najprv sa postavili na jednu čiaru Dávid a Feri. Rovnobežne s nimi, ale o niečo ďalej sa postavili Jakub s Katkou tak, že tvorili štvoruholník $DFJK$. Pričom sa im podarilo postaviť tak, že priamka DJ je kolmá na priamku FK . Na priesečník L priamok DJ a FK sa postavil Lučko. Marek (M) a Robo (R) sa postavili na polpriamky LD a LF tak, že platí $|\sphericalangle DRJ| = |\sphericalangle FMK| = 90^\circ$. O súperovi sme sa na poslednú chvíľu dozvedeli, že obrana je pre neho neprekonateľná, ak spĺňa nasledujúce podmienky:
 - a) Trojuholník LMR je podobný s trojuholníkom LFD ;
 - b) Štvoruholník $JKMR$ je tetivový;
 - c) Spojnica stredu úsečky MR a bodu L je kolmá na priamku DF .Overte a dokažte, že naše rozostavenie tvorí obranu neprekonateľnú pre tím konkurenčného seminára.
2. Tomáš s Kubom uzatvárali stávky, kto čo všetko možné dokáže. Kubo dá Tomášovi 70 prirodzených čísel menších ako 200. Ak Tomáš dokáže z nich vybrať dve čísla a a b tak, že ich rozdiel bude jedno z čísel 4, 5 alebo 9, tak Kubo mu dá do čaju cukor. V opačnom prípade mu dá do čaju soľ. Dokažte, že Tomáš sa vždy vie vyhnúť tomu, že by mal vypiť slaný čaj.
3. Katka má rada prvočísla. Stále sa s nimi hrá a experimentuje. Naposledy jej Dávid zadal, aby našla všetky také prirodzené čísla n a p , že čísla p , $p + 2$, $2^n + p$ a $2^n + p + 2$ budú prvočísla. Katke sa to nedarilo, a tak vypísala súťaž, že každému, kto nájde všetky, dá pusu. Chcete byť medzi nimi aj vy? Tak nájdite všetky také n a p .
4. Každé pekné dievča, ktoré v poslednom období Tomáš a Vlado stretli, ospevovalo filmy s pirátom Jackom Sparrowom a pritom si ich vôbec nevšímalo. Tak sa Tomáš s Vladom jedného dňa rozhodli, že sa z nich stanú piráti. Obidvaja si postavili lode a spravili si preteky na mori (ktoré považujeme za rovinu). Vietor bol celý deň stály, teda obidve lode sa stále pohybovali rovnakou rýchlosťou a obidve stále udržiavali svoj smer. O 9:00 boli od seba lode vzdialené 20 km, o 9:35 15 km a o 9:55 to bolo 13 km. Pre ich budúcu pirátsku kariéru bolo najdôležitejšie zistiť, kedy je najlepší moment pre strelbu z kanónov. Viete pre nich zistiť, kedy boli ich lode k sebe najbližšie a koľko kilometrov boli od seba vzdialené?





Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Jednote slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Prírodovedeckej fakulte UPJŠ v Košiciach

Názov	STROM – korešpondenčný matematický seminár Číslo 4 • Február 2009 • Letný semester 33. ročníka (2008/2009)
Internet:	http://seminar.strom.sk
E-mail:	strom@strom.sk
Vydáva:	Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet:	http://www.strom.sk
E-mail:	zdruzenie@strom.sk