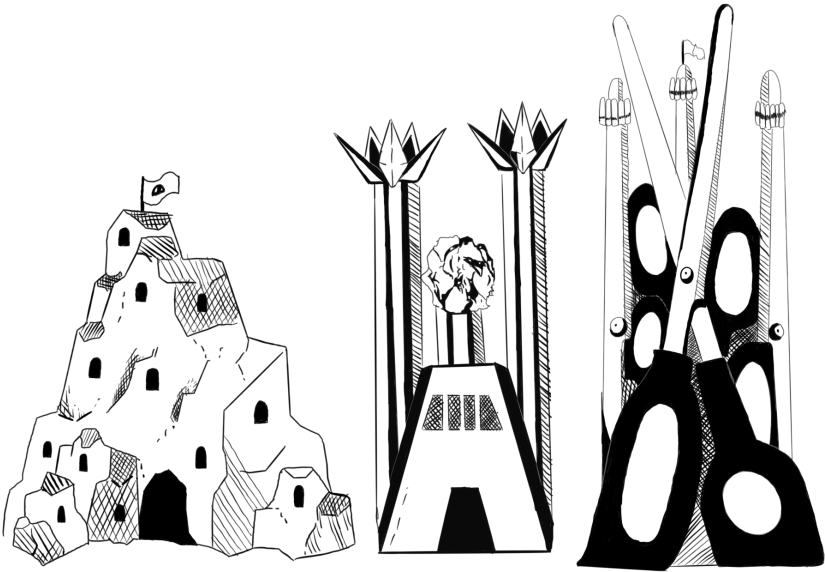


KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO 4 – ROČNÍK 38

matik.strom.sk



Ahoj!

Práve sa ti dostal do rúk časopis *M.ATIK*a! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si siedmak, ôsmak alebo deviatak, je presne pre teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým. V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na tvoje riešenia!

vedúci *M.ATIK*a

2% z daní

Aj tento rok je možné venovať 2% (v niektorých prípadoch dokonca až 3%) daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my.

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústreďeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cielavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústreďenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispievajú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia <https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/> a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na info@strom.sk.

Ďakujeme!

Pravidlá súťaže

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov 7. až 9. ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií a 1. ročníka päťročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší žiaci, v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako siedmáci.

Každý ročník pozostáva z dvoch semestrov – zimného a letného – ktoré sú zakončené matematickým sústredením pre najlepších riešiteľov. Jeden semester sa skladá z dvoch sérií, z ktorých každá obsahuje 6 úloh spravidla zoradených od najľahšej po najťažšiu.

Registrácia

Registrovať do semestra sa vieš vytvorením profilu na našej webovej stránke. Následne si vyplníš povinné údaje v užívateľskom profile – Aktualizovať profil v sekcii Správa účtu. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole, v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Prihláška je povinná pre všetkých riešiteľov semináru. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich posielal elektronicky.

Aby sme ti celý proces registrácie a vyplnenia profilu na našej stránke uľahčili, vytvorili sme na stránke seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf jednoduchý návod.

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovanami rozhodne nešetri. Nezabúdaj, že ak má byť tvoje riešenie matematicky správne, tak musí obsahovať **presné výpočty**, takže čísla, s ktorými počítáš, nemôžu byť zaokrúhlené (napr. ak použiješ kalkulačku, ktorá každú hodnotu spočíta len na určitý počet desatinných miest) alebo odmerané pravítkom. Zároveň opravovateľ musí **vedieť skontrolovať** tvoje riešenie za **primeraný čas**, takže priložiť 100 000 možností vypísaných počítačom nemôžeme ohodnotiť plným počtom bodov.

Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Pod odosielateľa uveď výrazne *MATIK*.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke matik.strom.sk. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20.00. Dbaj na presné dodržanie termínu odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou, alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti budeme strhávať body). V prípade technických problémov na našej strane posielaj riešenia na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk s predmetom *MATIK* vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20.00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený.

Bodovanie

Bodovanie úloh závisí od správnosti a kvality riešenia a za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžeš získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh, preto sa neboj poslať aj svoje neúplné riešenia. Ak budú obsahovať dobré nápady, radi ti za ne dáme nejaké body.

Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- **deviataci, kvarta, prváci na päťročnom gymnáziu:** všetky vyriešené úlohy,
- **ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus štvrtý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh,
- **siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus druhý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh.

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

V prípade, že nie si spokojný s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia mailom na adresu matik@strom.sk zaslať sťažnosť a tá bude prešetrená.

Príklad

Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 3 = 21$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 4 = 22$ bodov. Jasné, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne.

- Do 24 hodín: udeľujeme 2/3 bodov zaokrúhlené nahor.
- Viac ako 24 hodín a do štyroch dní: 1/2 bodov zaokrúhlenú nahor.
- Viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme.

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópia“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každej úlohe je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu matik@strom.sk.

Sústredenie

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Sústredenie je určené najmä pre siedmakov až deviatakov na základných školách (a žiakov zodpovedajúcich ročníkov na viacročných gymnáziách), mladší žiaci môžu byť pozvaní ako náhradníci. V prvom rade sú pozvaní víťazi Lomihlava a tí riešitelia *MATIKA*, ktorí získali v semestri aspoň 30 bodov. Ďalší účastníci sú pozývaní podľa poradia Lomihlava. V prípade nízkeho počtu riešiteľov je možné pozvať na sústredenie aj riešiteľov z minulého semestra podľa poradia alebo riešiteľov, ktorí nedosiahli hranicu 30 bodov, alebo riešiteľov súťaže Máš problém?!, ktorí sa v svojej kategórii umiestnili na jednom z prvých troch miest.

Účast na sústreďení je podmienená účasťou na celej dĺžke trvania sústreďenia. O prípadnú výnimku je nutné požiadať kontaktnú osobu e-mailom alebo v prihlasovacom formulári. Kontaktná osoba túto žiadosť posúdi a v čo najbližšom čase zašle odpoveď. V prípade porušenia tejto podmienky môžu organizátori účastníka nepozvať na najbližšie sústreďenie.

Zadania 1. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do 17. marca 2025

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na matik.strom.sk.

Úloha 1

Rod Kamenných pozostáva zo šiestich súrodencov: Šuter, Balvan, Megaskala, Okruhliak, Ploskáč a Kváder. Vieme, že práve dvaja z nich majú kľúč od truhlice plnej korunovačných klenotov. Každého z nich sme sa spýtali, ktorí z nich sú, a dostali sme nasledovné odpovede:

- Šuter vraví, že je to Megaskala a Balvan.
- Balvan vraví, že je to Šuter a Megaskala.
- Megaskala vraví, že je to Balvan a Okruhliak.
- Okruhliak vraví, že je to Ploskáč a Megaskala.
- Ploskáč vraví, že je to Kváder a Okruhliak.
- Kváder nepovedal nič.

Štyria súrodenci povedali pravdu o jednom človeku a klamali o druhom. Jedna osoba klamala o oboch. A jedna nepovedala nič. Ktorí dvaja majú kľúč od truhlice? Svoje riešenie nezabudnite poriadne zdôvodniť.

Úloha 2

Nožnicovci sú zo všetkých rodov najmúdrejší a nedávno na svojom hrade inštalovali výtah, aby sa mohli jednoduchšie prepravovať medzi svojimi poschodiami. Poschodia boli očíslované postupne číslami 1, 2, 3, ... a výtah sa ovláda len pomocou dvoch tlačidiel – to ľavé vás posunie o dve poschodia nadol, to pravé vás posunie na poschodie s dvojnásobným číslom. Ostrostrihač sa chce výtahom previezť tak, aby zastal na každom poschodí. Existuje poschodie, na ktorom môže začať tak, aby sa mu to podarilo, ak

- a) počet poschodí je 10,
- b) počet poschodí je 20?

Ak nie, zdôvodnite prečo, a ak áno, nájdite jeden spôsob, ako to môže zvládnuť.

Úloha 3

Papierovci obývajú zámok v tvare rovnobežníka $ABCD$, pre ktorý platí, že $|AB| = 2 \cdot |BC|$. Hlavný vchod V sa nachádza v strede strany CD . Určte veľkosť uhla AVB .

Úloha 4

Kachličková podlaha v sídle rodu Kamenných tvorí prázdnu tabuľku 3×51 . Balvan chce do nej nakresliť kriedou čísla, pričom sa riadi nasledujúcimi pravidlami:

- V tabuľke sa musí nachádzať každé z čísel 1, 2, 3, ..., 153.
- V ľavom dolnom políčku tabuľky má byť číslo 1.
- Políčka po sebe idúcich čísel susedia stranou.

Nazvime políčko pekným, ak môže obsahovať číslo 153. Koľko pekných políčok má podlaha?

Úloha 5

Členovia rodu Papierových sa vyznačujú tým, že každý má na sebe napísané nejaké kladné celé číslo. Príslušníci s po sebe idúcimi číslami od 1 do n sa zoradili do radu tak, aby pre každú trojicu ľudí stojacich pri sebe platilo, že súčet ich čísel je deliteľný číslom toho najľavejšieho z nich troch. Koľko najviac Papierovcov môže takto stáť za sebou, aby ešte navyše platilo, že posledný člen v rade má nepárne číslo?

Úloha 6

Bratia Okruhliak a Kváder vyrobili špeciálny drevený stôl v tvare konvexného štvoruholníka. Tento štvoruholník si označíme $ABCD$. Uhly DAB a ABC sú ostré a ich osi sa pretínajú v bode E . Dokážte, že ak $|AD| + |BC| = |AB|$, tak

$$|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle DAB| + |\sphericalangle ABC|.$$

Úlohu neriešte meraním.

Zadania 2. série úloh letného semestra

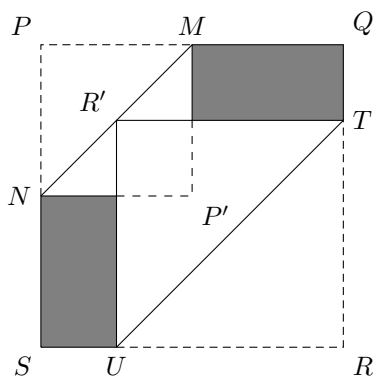
Riešenia pošlite najneskôr do 14. apríla 2025

Úloha 1

Deviati súrodenci z rodu Papierovcov majú na sebe navzájom rôzne čísla od 1 do 9. Ich jedáleň má podlahu z dlaždíc o rozmere 3×3 . Vedia sa postaviť každý na jednu dlaždicu tak, aby súčet čísel každej stranou susediacej dvojice súrodencov bolo prvočíslo? Ak áno, uveďte príklad takého rozostavenia. Ak nie, zdôvodnite prečo.

Úloha 2

Knihovec objavil origami a chce si skúsiť niečo poskladať. Má pred sebou štvorcový papier označený $PQRS$, ktorý má stranu dĺžky 40 cm. Bod M je stred strany PQ a bod N je stred strany PS . Papier preložíme pozdĺž úsečky MN . Bod P sa dotkne papiera v bode P' . Bod T leží na strane QR a bod U leží na strane SR tak, že TU je rovnobežná s MN . Ak papier preložíme pozdĺž TU , bod R sa dotkne papiera v bode R' , pričom R' leží na MN . Lenže Knihovec má radšej počítanie ako skladanie origami a viac ho zaujíma, aký je obsah šesťuholníka $NMQTUS$, ktorý vznikol. Pomôžte mu ho vyrátať!



Úloha 3

Na plochozemi žije rod Papierových, ktorí vždy hovoria pravdu, a rod Nožnicovcov, ktorí vždy klamú. Na hranie stolného tenisu boli všetci príslušníci týchto dvoch rodov rozdelení do dvoch tímov A a B , pričom A malo viac členov ako B . Hru začali dvaja hráči z rôznych tímov. Po každej hre prehrávajúci hráč hru navždy opustil

a nahradil ho iný (ešte nehrajúci) člen jeho tímu. Družstvo prehralo, ak všetci jeho členovia opustili hru. Po turnaji sa každého člena tímu A opýtali: „Je pravda, že si v akejkolvek hre prehral s príslušníkom rodu Nožnicovcov?“ a každého člena tímu B sa spýtali: „Je pravda, že si porazil aspoň dvoch Papierových?“ Všetky odpovede sa ukázali ako kladné. Ktorý tím vyhral – A alebo B? Zdôvodni.

Úloha 4

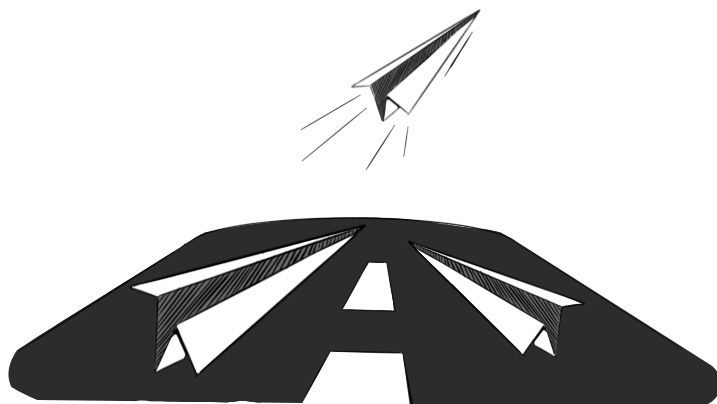
Kamaráti Šuter a Balvan našli zaujímavý kameň v tvare trojuholníka a chcú ho preskúmať. Trojuholník si označili ABC , kde dĺžka strany AB je 4 a dĺžka strany BC je 2. Bod D nech leží na AB vo vzdialenosti 3 od bodu A . Dokážte, že kolmica na AB prechádzajúca bodom D , os uhla ABC a os strany BC sa pretínajú v jednom bode. Úlohu neriešajte rýsovaním.

Úloha 5

Knihovec a Ostrihovač hrajú hru na tabuľke 7×7 a striedajú sa v ťahoch. Knihovec má červený kameň v dolnom ľavom a hornom pravom rohu, Ostrihovač zasa čierny kameň v dolnom pravom a hornom ľavom rohu. V svojom ťahu si môže hráč vybrať jeden zo svojich dvoch kameňov a pohne s ním na susedné voľné políčko, ktoré s tým pôvodným susedilo stranou. Začína Knihovec a vyhráva vtedy, keď sa mu po konečnom počte ťahov podarí dostať svoje kamienky na dve políčka, ktoré susedia stranou. Má Knihovec výhernú stratégiu alebo mu v tom vie Ostrihovač zabrániť? Výherná stratégia je postup, podľa ktorého keď jeden hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.

Úloha 6

Do školy chodí 1085 detí zo všetkých rodov. Každé dieťa pozná minimálne 33 ďalších detí tejto školy tak, že poznania sú vzájomné. Dokážte, že vieme okolo stola posadiť 4 deti z tejto školy tak, že každé pozná oboch svojich susedov.



Názov:	MATIK – korešpondenčný matematický seminár Číslo 4 • Február 2025 • Letný semester 38. ročníka
Web:	matik.strom.sk
E-mail:	matik@strom.sk
Riešenia:	Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese riesenia@strom.sk
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.