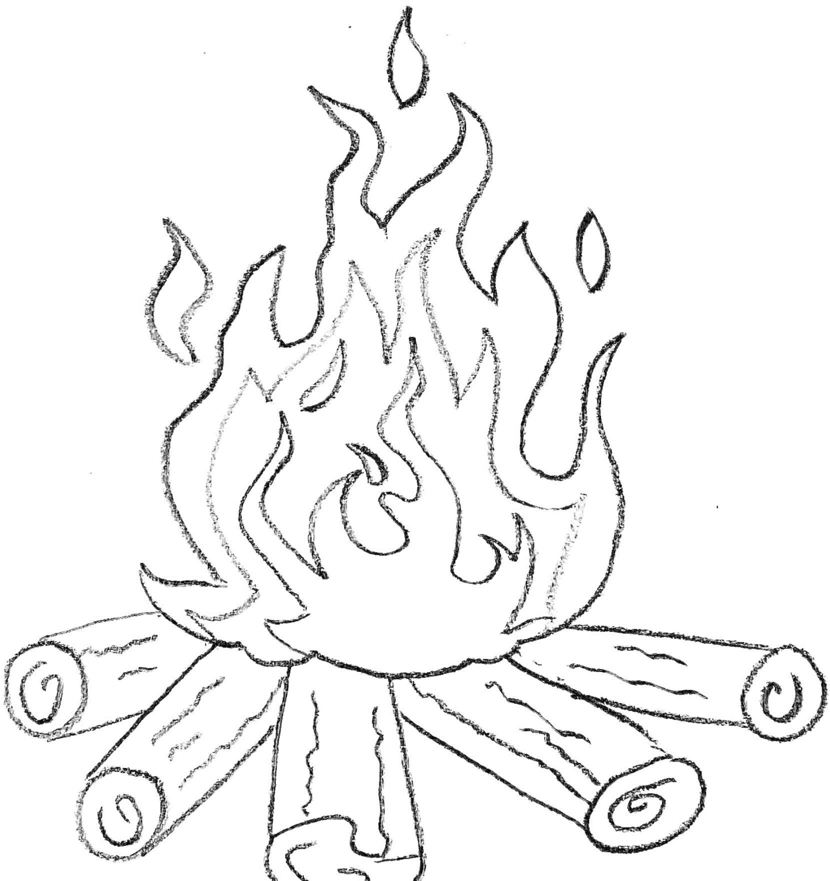
Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 3 – Ročník 36 matik.strom.sk



Ahoj!

Je tu ďalší časopis *MATIK*a, ktorý prináša vzorové riešenia druhej série. Okrem toho, že je posledný v tomto semestri, je výnimočný aj tým, že s ním prichádzajú aj pozvánky pre tých najšikovnejších z vás. Tí sa môžu tešiť na odmenu vo forme týždňového netradičného sústredenia v obklopení skvelými účastníkmi a vedúcimi. Ak sa ti tam tentoraz nepodarilo dostať, nezúfaj. Pevne veríme, že nabudúce sa s tebou uvidíme!

vedúci *MATIK*a

Vzorové riešenia 2. série úloh zimného semestra

1

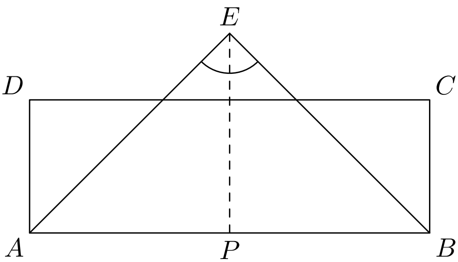
opravovali: **Lenka Hake** a **Lucka Kleščová**
najkrajšie riešenia: Janka Urbánová a Rišo Prikler

65 riešení

Zadanie

Ohnisko tvaru obdĺžnika $ABCD$ má stranu AB dlhú 3 stopy a stranu BC dlhú 1 stopu. Bod E je vzdialený pol stopy od úsečky CD, leží mimo obdĺžnika $ABCD$ a $|CE| = |DE|$. Aká je veľkosť uhla AEB?

Riešenie



Vieme, že $|CE| = |DE|$, čiže bod E leží na osi úsečky CD. Z toho je zjavné, že E zároveň leží aj na osi AB, keďže $ABCD$ je obdĺžnik. Os úsečky je na danú úsečku kolmá a delí ju na polovice. Ak teda spustíme kolmicu z bodu E na AB, jej päta P sa bude nachádzať uprostred AB. Odtiaľ vyplýva, že dĺžka úsečiek AP aj PB je polovica AB, čiže 1,5 stopy. Všimnime si, že vzdialenosť E od P je tiež 1,5 (kratšia strana obdĺžnika a pol stopy). Takže trojuholníky APE, BPE sú rovnoramenné a pravouhlé so základňami AE a BE. Zvyšné dva uhly v týchto trojuholníkoch budú teda rovnako veľké, a to 45° (súčet všetkých uhlov v trojuholníku je 180°). A keďže uhol AEB sa skladá z dvoch takýchto uhlov, jeho veľkosť je 90°.

Komentár

Obdržali sme naozaj veľa skvelých riešení. Aj tí, čo nejaké tie body postrácali, zväčša trpeli len tým, že svoje riešenia dostatočne neodôvodnili. I keď ide o geometrickú úlohu, náčrt bez podrobného popisu k vysvetleniu riešenia jednoducho nestačí. Pozor si treba dávať aj na rysovanie. Spraviť si presný obrázok situácie je dobré, aby sme úlohe lepšie porozumeli a niečo skúsili vypozorovať, ale rozhodne to nemôžeme považovať za dôkaz. Presnosť rysovania je totiž vždy obmedzená. :)

2 opravovali: **Martin „Kopy“ Kopčány** a **Ľubo Vargovčík** 48 riešení

najkrajšie riešenia: Hanka Erdélyiová a Rišo Prikler

Zadanie

U Nea na narodeninovej oslave sú chlapci a dievčatá a každý s každým sa buď pozná, alebo nepozná (je to vzájomné). Vieme, že na oslave je 12 chlapcov a každý z nich pozná práve 6 dievčat. Tiež vieme, že každé dievča pozná rovnaký počet chlapcov ako ostatné dievčatá. Koľko je na oslave dievčat? Nájdite všetky možnosti a dokážte, že iné nie sú.

Riešenie

Zo zadania vieme, že na oslave je 12 chlapcov a každý chlapec pozná práve 6 dievčat. Z toho vyplýva, že je na tejto oslave 72 rôznych známostí. Taktiež vieme, že každé dievča pozná rovnaký počet chlapcov. Aby toto platilo, musí byť počet známostí deliteľný počtom dievčat. Z toho vyplýva, že počet dievčat musí byť deliteľom čísla 72. Delitele čísla 72 sú 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 a 72. Dievčat musí byť minimálne 6, takže ich môže byť 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 a 72.
Môžeme sa pozrieť, ako by to vychádzalo:

Počet dievčat	Počet známostí dievčaťa
6	12
8	9
9	8
12	6
18	4
24	3
36	2
72	1

Menej ich byť nemohlo, pretože jeden chlapec pozná 6 dievčat a viac tiež nie, pretože najviac môže byť toľko dievčat, koľko je známostí. Ak by nebolo číslo 72 deliteľné počtom dievčat, tak by známosti by nemohli byť rovnomerne rozložené medzi dievčatá.

Komentár

Sme radi, že ste mnohí zvládli túto úlohu vypočítať na plný počet bodov. Veľa z vás však nenašlo všetky riešenia. Preto vždy odporúčame premyslieť si, prečo by už nemohla existovať ďalšia možnosť. Vyhnete sa tak situácii, že nenájdete všetky možnosti, a taktiež situácii, že síce ich nájdete všetky, ale budeme nútení vám strhnúť časť bodov za nedokončenie úlohy. Je dobré si preto nájsť systém v hľadaní možností a možno si tak všimnete, že majú niečo spoločné, a ukážete, že túto spoločnú vlastnosť musia mať všetky správne možnosti.

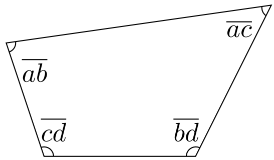
3 opravovali: **Oskar Cacara** a **Peťo Kovács**

najkrajšie riešenia: Ala Bálintová a Michal Vodička

38 riešení

Zadanie

Kožušina z mamuta má tvar štvoruholníka. Veľkosti uhlov štvoruholníka sú čísla zložené z cifier a, b, c, d ako na obrázku. Nájdite všetky možné veľkosti uhlov a vysvetlite, prečo iné veľkosti uhlov nevyhovujú. Obrázok je iba ilustračný.



Riešenie

Pri riešení si treba najprv uvedomiť, že keďže kožušina má tvar štvoruholníka, súčet jeho vnútorných uhlov je rovný 360°. Z tohto predpokladu si vieme zostaviť rovnicu:

$$\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{cd} + \overline{bd} = 360$$

To, že sa číslica nachádza na mieste desiatok, znamená, že sa táto cifra nachádza v čísle 10-krát, takže si túto rovnicu vieme upraviť do nasledovného tvaru.

$$\begin{aligned} 10a + b + 10a + c + 10c + d + 10b + d &= 360 \\ 20a + 11b + 11c + 2d &= 360 \end{aligned}$$

Keďže čísla b, c, d sú cifry, tak sa nachádzajú v rozsahu $0 - 9$. Ak si za všetky z nich dosadíme najväčšiu hodnotu, 9, zistíme, že hodnota $11b + 11c + 2d$ môže dosahovať hodnotu najviac 216. Najnižšiu možnú hodnotu a si vieme dorátať ako $(360 - 216) : 20 = 7{,}2$. Hodnota číslice a musí byť celá, a teda a bude buď 8, alebo 9. Rozoberme oba prípady.

Ak $a = 8$,

$$\begin{aligned} 20 \cdot 8 + 11b + 11c + 2d &= 360, \\ 11(b + c) &= 2(100 - d). \end{aligned}$$

Ľavá strana rovnice je zjavne deliteľná jedenástimi, teda to isté musí platiť aj pre pravú stranu. Keďže 2 nie je deliteľné jedenástimi, $100 - d$ musí byť deliteľné jedenástimi. To platí len v prípade, že $d = 1$, keďže d je cifra v rozsahu od 0 po 9. Dosadíme d.

$$11(b + c) = 2(100 - 1),$$

$$b + c = 18.$$

Keďže b a c sú cifry, táto rovnosť platí len, ak sú obe rovné 9. Prvá možnosť rozloženia cifier je teda, že $a = 8$, $b = 9$, $c = 9$, $d = 1$.
Ak $a = 9$,

$$\begin{aligned} 20 \cdot 9 + 11b + 11c + 2d &= 360, \\ 11(b + c) &= 2(90 - d). \end{aligned}$$

Ak sa znova pozrieme na deliteľnosť jedenástimi, podobne ako v predchádzajúcom prípade vidíme, že $90 - d$ je deliteľné jedenástimi, a teda z predpokladu, že d je cifra, vieme povedať, že $d = 2$.

$$\begin{aligned} 11(b + c) &= 2(90 - 2) \\ b + c &= 16 \end{aligned}$$

Teraz $[b, c]$ môže byť $[9, 7]$, $[8, 8]$, $[7, 9]$.
Všetky možnosti sú:

- $a = 8$, $b = 9$, $c = 9$, $d = 1$ $(89 + 89 + 91 + 91 = 360)$,
- $a = 9$, $b = 9$, $c = 7$, $d = 2$ $(99 + 97 + 72 + 92 = 360)$,
- $a = 9$, $b = 8$, $c = 8$, $d = 2$ $(98 + 98 + 82 + 82 = 360)$,
- $a = 9$, $b = 7$, $c = 9$, $d = 2$ $(97 + 99 + 92 + 72 = 360)$.

Komentár

Väčšina riešiteľov našla všetky 4 riešenia úlohy. Niektorí riešitelia však zvolili preskúšanie možností a nedostatočne odargumentovali, že vyskúšali naozaj všetky možnosti. Za takýto postup sme museli strhnúť body. Veríme, že v budúcnosti budete pri takýchto riešeniach opatrnejší, aby sme vám mohli udeliť plný počet bodov. :)

4

opravovali: **Martin Masrna** a **Martin „Iskra“ Dudjak**

najkrajšie riešenie: Michal Vodička

50 riešení

Zadanie

Tálec s Anderom sa zamýšľali nad domácou úlohou z matematiky. Hľadali všetky prvočísla, ktoré sa nedali zapísať ako súčet dvoch zložených čísel. Pomôžte im ich nájsť a dokážte, že žiadne ďalšie neexistujú.

Riešenie

Každé prvočísla okrem 2 sú nepárne, a teda ho vieme zapísať iba ako súčet nepárneho a párneho čísla. Najmenšie nepárne zložené číslo je 9 a najmenšie párne zložené číslo je 4. Preto najmenšie prvočíslo, ktoré vieme zapísať ako súčet dvoch zložených čísel, je 13. Teraz ukážme, že aj každé nepárne číslo väčšie ako 13 vieme takto zapísať.

Každé párne číslo väčšie ako 2 vieme zapísať ako $2k$, kde $k > 1$, teda je zložené. Takže ľubovoľné nepárne číslo aspoň 13 môžeme zapísať ako $9+2k$ pre nejaké $k > 1$. Takto zapísať nevieme všetky prvočísla menšie ako 13, to jest 2, 3, 5, 7 a 11.

Komentár

Správne riešenie pozostávalo z dvoch častí. Prvou bolo dokázať, že čísla 2, 3, 5, 7, 11 sa skutočne nedajú zapísať ako súčet dvoch prvočísel (buď argumentom ako vo vzorovom riešení, alebo vypísaním všetkých možností). Druhou časťou bolo dokázať, že všetky ostatné prvočísla sa už takto zapísať dajú. Bohužiaľ, mnohí z vás jednu z týchto častí úplne vynechali, čo viedlo nevyhnutne k strate bodov. Pri podobných úlohách treba myslieť na to, že dôkaz je kompletný, až keď sú dokázané obe časti tvrdenia.

5

opravovali: **Martin Šmilňák** a **Martin Števko**

najkrajšie riešenie: Ala Bálintová

24 riešení

Zadanie

Neo si zvolil nejaké číslo k. Následne k jaskynnej stene prišiel Tálec a napísal nejakých $k+2$ rôznych kladných celých čísel. Dokážte, že medzi číslami na stene sa určite nachádza buď dvojica čísel s rozdielom deliteľným $2k$, alebo dvojica čísel so súčtom deliteľným $2k$.

Riešenie

Pozrime sa na zvyšky po delení $2k$. Poskupinkujme si ich tak, aby zvyšky z a $2k-z$ boli v jednej skupinke. Zvyšky 0 a k svoj pár nemajú (lebo 0 má pár $2k$, čiže 0, a k má pár k). Skupín potom máme $(2k-2) : 2 + 2 = k+1$.

Čísel, a teda zvyškov, máme $k+2$. Podľa Dirichletovho princípu tak existuje aspoň jedna skupinka, do ktorej patria aspoň dve čísla napísané na stene. Ak sú ich zvyšky po delení $2k$ rovnaké, čísla odčítame a rozdiel bude deliteľný $2k$. Ak sú rôzne, z definície skupiniek nám čísla stačí sčítať a dostaneme súčet deliteľný $2k$.

Komentár

Ako môžete vidieť, riešenie bolo naozaj jednoduché, akonáhle ste dostali správny nápad. Mrzí nás teda, že správnych riešení (a riešení vôbec) bolo len málo. Chceli by sme preto upozorniť na niekoľko nepriamych pomôcok.

Druhú a tretiu vetu v zadaní môžeme zovšeobecniť na to, že hľadáme nejakú skupinku čísel v skupine čísel s veľmi špecifickým počtom prvkov $(k+2)$. Tento vzor väčšinou napovedá, že pôjde o istú aplikáciu Dirichletovho princípu. Podľa posledných pár slov, kde hovoríme o deliteľnosti neznámou $(2k)$, o ktorej nemáme žiadne informácie, naviac môžeme s veľkou pravdepodobnosťou povedať, že sa budeme musieť pozerať na zvyšky. No a s týmito dvomi informáciami nám stačí už len definovať správne skupinky zvyškov a riešenie, ako je to vzorové, máme skoro zadarmo.

6 opravovali: **Mirka Horváthová** a **Michal Masrna**

najkrajšie riešenia: Ala Bálintová a Nina Hudáková

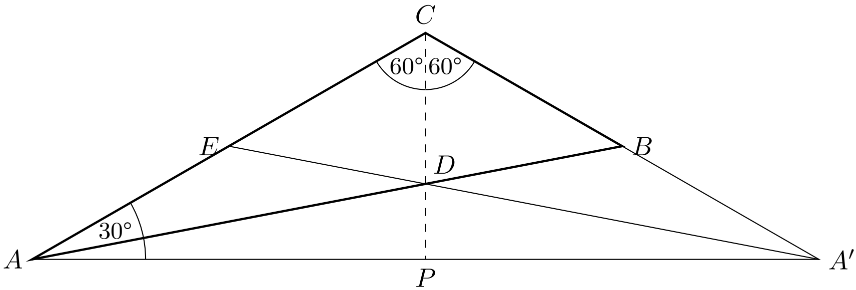
24 riešení

Zadanie

Hrot Anderovho oštepa je tvaru trojuholníka ABC, kde dĺžka úsečky AC je 12 palcov a veľkosť uhla ACB je 120 stupňov. Os tohto uhla pretína stranu AB v bode D. Taktiež vieme, že $|AE| = |EC| = |CB|$, kde E je stred strany AC. Koľko palcov má úsečka CD? Dĺžku je potrebné vyjadriť presne, a teda bez pomoci rysovania.

Riešenie

CD je osou uhla ACB, takže ho delí napoly. Uhly ACD a DCB budú mať teda oba po $120°/2 = 60°$. Tiež vieme, že $|CB| = |AE| = |EC| = |AC|/2 = 12/2 = 6$.
Dokreslime si úsečku ED. Všimnime si, že trojuholníky EDC a BDC sú zhodné podľa vety sus (stranu DC majú spoločnú, uhly DCE a DCB majú po 60° a strany EC a CB sú zo zadania rovnako dlhé). Sú dokonca osovo súmerné podľa osi CD.



Ďalej si zostrojme bod A', ktorý bude osovo súmerný s bodom A podľa osi CD. Vďaka súmernosti bodov A a A' podľa CD je CD kolmé na AA'. Ich priesečník si nazvime P. Vzniknutý trojuholník $AA'C$ musí byť rovnoramenný, lebo úsečka AC je osovo súmerná s $A'C$, a teda sú rovnako dlhé. Takže CP je výškou na základňu AA' rovnoramenného trojuholníka $AA'C$ (je to kolmica na základňu prechádzajúca protiľahlým vrcholom).
V rovnoramennom trojuholníku výška, ťažnica a os uhla na základňu splývajú v jednu úsečku, čiže PC je aj ťažnicou tohto trojuholníka. Keďže $|CA| = |CA'| = 12$ a $|CB| = 6$, B je stred strany CA' a AB je podobne ťažnicou v trojuholníku $AA'C$. Bod D je teraz ťažiskom trojuholníka $AA'C$, pretože leží na priesečníku dvoch ťažníc. Vzdialenosť CD sú $2/3$ vzdialenosti CP, pretože ťažisko delí ťažnicu práve v pomere $2:1$. Ak zistíme dĺžku CP, budeme vedieť dorátať dĺžku DC.
V trojuholníku $AA'C$ poznáme uhol oproti základni $|\sphericalangle ACA'| = 120°$. Uhly pri základni sú rovnako veľké, takže si ich môžeme dorátať cez súčet vnútorných uhlov v tomto trojuholníku ako $(180° - 120°)/2 = 30°$. Pozrime sa bližšie na trojuholník

APC. Tento má uhly o veľkostiach 90°, 60° a 30°. Tento trojuholník je vlastne polovicou rovnostranného trojuholníka ACC', ktorý by vznikol osovým zobrazením bodu C cez os AP. Jeho strana CC' by v takom prípade bola rovnako dlhá ako strana AC – 12. CP je polovicou strany CC' a je dlhá 6.
Strana AP má 6, a teda CD bude dlhá $6 \cdot (2/3) = 4$.

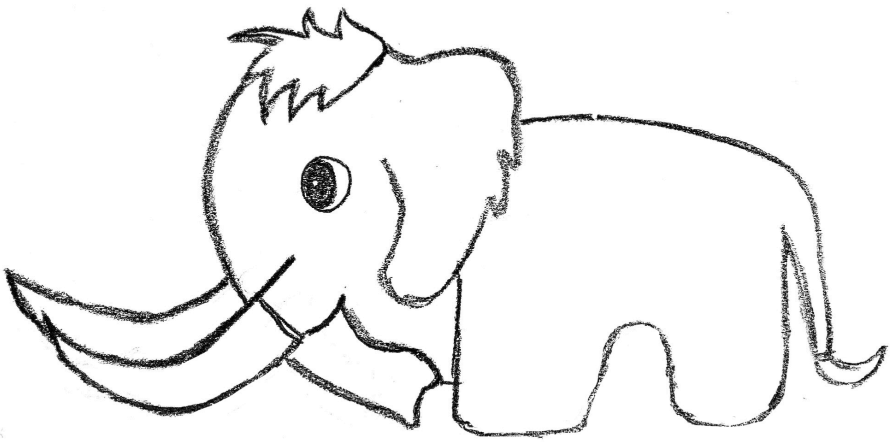
Komentár

Táto úloha bola pomerne náročná, čo sa žiaľ odzrkadlilo na bodovom hodnotení. Preto by sme vám chceli poskytnúť zopár dobrých rád do budúcna. :)
Na začiatok je dôležité povedať, že úlohy v Matikovi vždy viete vyriešiť bez použitia goniometrie, takže si ju pokojne pošetrite na neskôr. Je tiež dôležité spomenúť i to, že v prípade, že ju použijete (ale aj všeobecne v akomkoľvek riešení), je potrebné nezaokrúhľovať výsledok na desatinné číslo – radšej nechajte výsledok v tvare nejakého výrazu, no nezaokrúhlený. A do tretice, je vždy veľmi dôležité opísať každý krok svojho riešenia tak, aby si opravovateľ nemusel nič domýšľať.
Na druhú stranu chceme vyzdvihnúť všetky deväťbodové riešenia, ktoré nás veľmi potešili. Rovnako nás potešilo aj to, že ste sa nebáli odovzdať aj čiastočné riešenia, pretože i keď neboli úplne dotiahnuté do konca, tak sa s úlohou popasovali statočne a vybojovali ste si za ne nemálo potrebných bodíkov. :)

Konečné poradie zimného semestra 36. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 4.	Nina Hudáková	Z8	GAlejKE	54	9	9	9	6	9	9	**108**
	Alenka Bálintová	Z9	BGMHSuč	54	9	9	9	9	9	9	**108**
	Michal Vodička	Z9	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	9	**108**
	Alena Chladná	Z7	GAMČABA	54	9	9	6	9	9	9	**108**
5.	Hana Erdélyiová	Z7	GAMČABA	54	9	9	8	9	9	-	**107**
6. - 7.	Tomáš Cabúk	Z7	ZHlaGL	52	9	9	9	4	3	7	**99**
	Nelka Kleščová	Z7	GĽŠH3ZV	54	6	9	9	6	-	6	**99**
8.	Marie Kasalová	Z8	GTruhla	54	9	9	9	8	-	-	**97**
9. - 10.	Hana Ihnátová	Z7	ZObcSeč	50	9	6	9	9	1	4	**96**
	Richard Prikler	Z9	GJARMPO	49	9	9	9	9	5	6	**96**
11.	Magdaléna Škriabová	Z8	ZKro4KE	49	9	5	9	9	6	-	**93**
12.	Janka Urbánová	Z9	GAlejKE	47	9	9	9	9	3	5	**91**
13. - 14.	Ľuboš Šesták	Z8	ZVývoBA	47	9	9	6	9	2	-	**88**
	Michal Revický	Z7	GJARMPO	45	9	7	6	3	1	9	**88**
15.	Daniela Tkáčová	Z7	ZLevoSN	47	9	6	6	9	1	-	**87**
16.	Vojto Bálint	Z7	CZRZaZA	47	7	9	9	3	-	-	**84**
17.	Kristina Jančigová	Z8	ZGoraZA	46	7	6	7	9	2	-	**83**
18.	Lívia Lukáčová	Z8	ZPoliKE	47	9	9	3	4	-	4	**80**
19.	Martina Osuská	Z9	ZDrJDMA	42	9	6	4	9	9	-	**79**
20.	Jakub Katrák	Z7	ZPoliKE	45	8	9	3	1	-	4	**78**
21.	Heidi Hritz	Z8	GsvTAKE	25	9	4	9	7	8	9	**75**
22.	Michael Dudáš	Z7	GAlejKE	41	9	-	2	9	0	4	**74**
23.	Tomáš Kováč	Z7	ZZlatáRV	30	8	5	9	9	-	-	**70**
24.	Michal Ferdinandy	Z9	GAlejKE	29	9	9	9	9	2	-	**67**
25.	Dominik Feňovčík	Z7	ZBeleKE	30	9	9	-	6	-	-	**63**
26.	Natália Kropuchová	Z7	ZKro4KE	34	9	-	-	9	-	-	**61**
27.	Sara Vojtkova	Z8	ZPoliKE	42	1	9	3	3	-	1	**60**
28.	Šimon Petráš	Z7	GAMČABA	31	0	5	9	3	-	-	**53**
29. - 30.	Lukáš Kostík	Z8	GAlejKE	31	9	2	7	0	0	1	**51**
	Hana Hricová	Z8	ZKro4KE	31	9	3	-	8	-	-	**51**
31.	Lívia Sušková	Z8	EGJAKKE	36	9	-	-	5	-	-	**50**
32. - 33.	Lukáš Paška	Z8	ZKe30KE	21	9	3	5	5	-	1	**47**
	Sarah Klopstock	Z9	ŠpMNDaG	29	9	6	-	3	-	0	**47**
34. - 36.	Sofia Grofčíková	Z9	GNŠtPHA	21	7	8	2	1	-	-	**46**
	Barbora Brindžáková	Z8	ZKro4KE	22	9	2	4	7	-	-	**46**
	Sofia Sotakova	Z6	ZJŠveHE	16	9	7	-	7	0	-	**46**
37.	Ondrej Tóth	Z9	GVaršZA	23	0	9	9	1	0	-	**42**
38. - 39.	Tomáš Lang	Z9	ZOKožSN	17	9	9	2	3	-	0	**40**
	Daniel Takáč	Z7	GAlejKE	32	-	6	-	1	0	-	**40**
40. - 41.	Samuel Švec	Z7	ZKro4KE	39	-	-	-	-	-	-	**39**
	Boris Köröš	Z9	GAlejKE	30	0	-	-	9	-	-	**39**
42.	Olívia Kovaľová	Z7	ZJuhVnT	30	1	-	0	6	-	-	**38**
43.	Daniela Štulajterová	Z7	ZKro4KE	18	-	5	-	8	-	1	**37**
44.	Maxim Boczek	Z9	GAlejKE	34	-	-	-	-	-	-	**34**
45.	Šimon Mihalik	Z8	GsvTAKE	0	7	9	9	4	0	0	**33**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
46. - 47.	Barbora Menšíková	Z8	ZKro4KE	18	5	-	9	-	-	-	**32**
	Peter Ďurica	Z7	GAlejKE	32	-	-	-	-	-	-	**32**
48.	Adela Polomská	Z7	ZKro4KE	6	9	-	-	-	-	8	**31**
49.	Robbin Šimko	Z7	ZKro4KE	11	9	5	-	-	-	-	**30**
50. - 51.	Laura Prevužňáková	Z7	ZKro4KE	23	5	-	-	0	-	-	**28**
	Michal Válek	Z8	ZKro4KE	16	7	-	5	-	-	-	**28**
52. - 53.	Miriam Varechová	Z8	ZKro4KE	9	9	9	-	-	-	-	**27**
	Damián Fedor	Z7	ZJuhVnT	19	1	6	-	-	-	-	**27**
54.	Barbora Ševcová	Z7	ZKro4KE	18	1	2	-	-	-	-	**22**
55. - 56.	Richard Orosz	Z8	ZKro4KE	3	9	-	-	9	-	-	**21**
	Martin Vrba	Z9	ZKro4KE	15	6	-	-	-	-	-	**21**
57.	Gorazd Korečko	Z8	ZKro4KE	10	6	-	3	-	-	-	**19**
58. - 60.	Daniela Harmanska	Z8	ZKro4KE	18	-	-	-	-	-	-	**18**
	Lukáš Dankanin	Z8	ZKro4KE	18	-	-	-	-	-	-	**18**
	Dávid Krivjanský	Z8	ZŠverHE	18	-	-	-	-	-	-	**18**
61. - 64.	Tobias Papp	Z7	ZSNP1HE	17	-	-	-	-	-	-	**17**
	Ján Štiavnický	Z9	ZKro4KE	7	-	5	-	5	-	-	**17**
	František András	Z8	ZJŠveHE	17	-	-	-	-	-	-	**17**
	Jakub Stramba	Z8	ZKro4KE	9	5	3	-	-	-	-	**17**
65.	Rodan Levický	Z9	GAlejKE	15	-	-	-	-	-	-	**15**
66. - 68.	Šimon Varga	Z8	ZKro4KE	6	7	1	-	-	-	-	**14**
	Šarlota Šustová	Z8	ZKro4KE	11	-	0	-	3	-	-	**14**
	Hana Benejová	Z8	ZJŠveHE	14	-	-	-	-	-	-	**14**
69.	Tomáš Polomský	Z9	ZKro4KE	2	3	-	-	-	-	7	**12**
70. - 71.	Marko Strompf	Z8	ZKro4KE	0	9	-	-	-	-	2	**11**
	Samuel Šimurda	Z8	ZKro4KE	9	1	1	-	-	-	-	**11**
72. - 73.	Nicolas Buhaj	Z8	ZŠverHE	10	-	-	-	-	-	-	**10**
	Martin Janoško	Z7	ZKro4KE	5	1	-	-	3	-	-	**10**
74.	René Ivan	Z8	ZKro4KE	8	1	-	0	-	-	-	**9**
75. - 76.	Timea Payerová	Z9	GAlejKE	8	-	-	-	-	-	-	**8**
	Soňa Grofčíková	Z9	ZLNovKE	8	-	-	-	-	-	-	**8**
77. - 78.	Max Hložek	Z7	ZKro4KE	6	1	-	-	-	0	-	**7**
	Anna Birková	Z8	ZKro4KE	6	0	-	-	1	-	-	**7**
79. - 83.	Martin Azari	Z8	ZKro4KE	6	-	-	-	-	-	-	**6**
	Matúš Katina	Z7	ZKro4KE	5	1	-	-	0	-	-	**6**
	Alex Juhásová	Z8	GAlejKE	6	-	-	-	-	-	-	**6**
	Lenka Harmanska	Z8	ZKro4KE	0	6	-	-	-	-	-	**6**
	Martin Azari	Z8	ZKro4KE	0	1	5	-	-	-	-	**6**
84.	Ema Milá	Z9	GAlejKE	5	-	-	-	-	-	-	**5**
85.	Róbert Plencner	Z7	ZKro4KE	4	-	-	-	-	-	-	**4**
86. - 88.	Juraj Pastirčák	Z7	ZJuhVnT	2	-	-	-	-	-	-	**2**
	Danka Harmanská	Z8	ZKro4KE	0	2	-	-	-	-	-	**2**
	Lukáš Kmec	Z7	ZKro4KE	0	-	-	2	0	-	-	**2**
89.	Martin Babík	Z7	ZKro4KE	1	-	-	-	-	-	-	**1**
90.	František Krč	Z8	ZKro4KE	0	-	-	-	-	-	-	**0**



Názov: *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 3 • December 2022 • Zimný semester 36. ročníka
Web: `matik.strom.sk`
E-mail: `matik@strom.sk`
Riešenia: Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.