Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 2 – Ročník 30 https://matik.strom.sk

Ahojte!

Určite ste sa už nevedeli dočkať Vašich opravených riešení a nového čísla MATIKu. Nájdete tu vzoráky, zadania druhej série a hlavne poradie, na ktoré ste boli isto zvedaví. Tak neváhajte a pustite sa do riešenia príkladov druhej série, aby ste boli v poradí ešte vyššie ako teraz, a, aby ste sa dostali na sústredenie, na ktoré sa už určite veľmi tešíte. Prajeme Vám veľa šťastia a dobrých nápadov pri riešení úloh.

Vaši milovaní vedúci MATIKu

Ako bude

Lomihlav

Aj tento rok na vás v decembri čaká Lomihlav. Je to súťaž štvorčlenných družstiev žiakov siedmeho až deviateho ročníka alebo sekundy až kvarty, reprezentujúcich svoju školu. Ich úlohou je čo najlepšie vyriešiť 20 matematických úloh, 5 hlavolamov a 5 hádaniek. Tejto súťaže sa pravidelne zúčastňuje vyše stovka žiakov zo základných škôl, najmä z východného Slovenska. Majú šancu sa niečo nové naučiť, porovnať svoje sily s ostatnými a stretnúť kamarátov so záľubou v matematike.
Tohto roku sa bude Lomihlav konať v piatok, 2. 12. 2016, na *Gymnáziu na Alejovej 1* v Košiciach. Registrácia na súťaž bude otvorená od 14. 11. 2016 do 25. 11. 2016. Registračný formulár aj bližšie informácie o súťaži a jej predchádzajúcich ročníkoch môžete nájsť na `https://matik.strom.sk/sk/lomihlav/`. Tešíme sa na Vás!

Vzorové riešenia 1. série úloh Zimného semestra

1 opravovali **Zoli Hanesz** a **Martin „Mihál“ Mihálik** 111 riešení
najkrajšie riešenie: Dominika Nguyen

Zadanie

Jančiho svedomie tvorí 100 skutkov vykonaných v istom poradí, o ktorých bolo potrebné rozhodnúť, či sú dobré alebo zlé. Vnútorný hlas mu našepkal, že z každých piatich za sebou vykonaných skutkov sú práve tri skutky zlé. Janči si ešte uvedomil, že prvý a posledný skutok každého človeka je dobrý.

- Určte koľkokrát Janči spáchal nejaký zlý skutok.
- Rozhodnite, či bol šiesty Jančiho skutok dobrý alebo zlý.
- Vysvetlite, ako by ste vedeli pre ľubovoľný z týchto 100 skutkov správne určiť, či bol dobrý alebo zlý.

Riešenie

Jančiho svedomie si môžeme rozdeliť na dvadsať pätíc skutkov, ktoré sa navzájom neprekrývajú, pretože sto je deliteľné piatimi. V každej pätici musia byť práve tri zlé skutky a to platí aj pre našich dvadsať pätíc. Takže počet Jančiho zlých skutkov vypočítame ako $20 \cdot 3 = 60$.
Zoberme si prvú päticu skutkov. Vieme o nej, že prvý skutok je dobrý a zo zvyšných štyroch skutkov sú práve tri zlé a jeden dobrý. Šiesty skutok sa nachádza v pätici s druhým až šiestym skutkom. Nazvime si ju druhá pätica. Prvá a druhá pätica majú spoločný druhý až piaty skutok. V tejto štvorici skutkov do kompletnej pätice chýba prvý skutok, a preto, aby bola aj druhá pätica správna, musí šiesty skutok nahradiť prvý, inými slovami, šiesty a prvý skutok musia byť rovnaké. Keďže prvý skutok je dobrý, aj šiesty skutok bude dobrý.
Trochu si zovšeobecnime myšlienku z druhej časti úlohy. Viem povedať, že ak sú medzi dvoma skutkami práve štyri skutky, tak tieto dva skutky budú musieť byť oba rovnaké, pretože oba dopĺňajú pätice, v ktorých sa nachádzajú tie štyri skutky medzi nimi. To znamená, že nielen prvý a šiesty skutok sú rovnaké, ale aj šiesty a jedenásty atď. Čiže skutky, ktoré majú rovnaký zvyšok po delení piatimi, sú buď všetky dobré, alebo všetky zlé. Keďže stý skutok je dobrý, musí byť aj piaty skutok dobrý. Teraz poznám dva dobré skutky v prvej pätici, čiže skutky 2, 3, 4 musia byť zlé. Ak už poznám všetky skutky v prvej pätici, viem si z nich odvodiť ľubovoľný skutok.

Komentár

Mnohí ste stavali svoje riešenie na tom, že v Jančiho svedomí sa stále bude dookola opakovať tá istá pätica skutkov, ale nedostatočne ste to dokázali. Pritom dokázať takýto cyklus vôbec nebolo náročné, jednoduchá veta ako: „Takto som pokračoval/a ďalej v postupnosti a tá sa začala opakovať,“ by nám postačila ako dôkaz. Táto malá chybička stála mnohých z Vás plný počet bodov z úlohy.

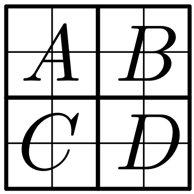
2

opravovali **Vraťo Madáč** a **Roman Staňo**
najkrajšie riešenia: Maximilián Pándy, Miriam Horváthová

87 riešení

Zadanie

Jančiho známi žijú v oblasti, ktorá má podobu mriežky 4×4 (viď obrázok). Každú hodinu od 17. do 32. má v pláne navštíviť jedného z nich. Chce si to naplánovať tak, že priradí každému známemu (políčku mriežky 4×4) jednu z týchto hodín (prirodzených čísel) tak, aby v každej štvrti (štvrtine mriežky, štvorci 2×2 A, B, C alebo D) bol súčin hodín návštev deliteľný číslom 16. Je pre Jančiho možné takýto plán zostaviť? Svoje riešenie zdôvodnite.



Riešenie

Uvedomme si, že číslo je deliteľné šestnástimi práve vtedy, keď jeho prvočíselný rozklad obsahuje v súčine $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.
Prvočíselne rozložme čísla od 17 po 32:

17	$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$
19	$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
$21 = 3 \cdot 7$	$22 = 2 \cdot 11$
23	$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
$25 = 5 \cdot 5$	$26 = 2 \cdot 13$
$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$	$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$
29	$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
31	$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Všimnime si, že v rozkladoch čísel sa objaví prvočíslo 2 práve 16-krát. Jeden zo štvorcov A, B, C, D bude určite obsahovať číslo 32, v ktorého rozklade sa nachádza až 5 dvojok. Zvyšné tri štvorce teda obsahujú najviac $16 - 5 = 11$ dvojok vo svojich rozkladoch. My však vieme, že na to, aby bol súčin v každom štvorci deliteľný šestnástimi, musí každý štvorec obsahovať vo svojom rozklade dvojky aspoň štyri. Spomenuté tri štvorce (tie tri bez 32) však obsahujú spolu najviac 11 dvojok, a teda vždy je medzi nimi nejaký, ktorého súčin nie je deliteľný šestnástimi. Janičiho plán nie je možné uskutočniť.

Komentár

Mnohí riešitelia si vyskúšali nejaké jedno rozmiestnenie čísel do štvorca a okamžite prehlásili, že to nejde pre žiadne rozloženie. Táto myšlienka je, samozrejme, zlá. Vyskúšať si niečo na konkrétnom prípade alebo odsledovať na príkladoch nejakú vlastnosť je dobrý nápad. Ak však máme dokázať platnosť nejakého tvrdenia pre všetky možnosti, ukázať platnosť pre jednu z nich nestačí.

3 opravovali **Viki Brezinová** a **Janka Baranová**

najkrajšie riešenie: Matej Vasky, Jakub Mičko

99 riešení

Zadanie

Keď k trpaslíkovi Janči podišiel, videl, že má 500 zlatiek. Vždy, keď trpaslíkom potrasie, vysype sa z neho 300 zlatiek, ak toľko ešte má. Ak nie, nevypadne z neho ani minca. Okrem toho mu Janči vie vložiť do úst práve 198 zlatiek naraz, ktoré trpaslík pridá k tým, čo v sebe má. Akej najväčšej hotovosti sa vie Janči zmocniť, pokiaľ na začiatku nemal ani deravý groš (a ani zlatku)? Trpaslíka môže kŕmiť a triasť koľkokrát chce a v ľubovoľnom poradí.

Riešenie

Janči vie svoju hotovosť zmeniť len tým, že k nej pripočíta 300 (potrasie trpaslíkom) alebo od nej odčíta 198 (nakŕmi trpaslíka). Čísla 300 a 198 sú deliteľné 6. To znamená, že ak ich budeme v ľubovoľnom poradí sčítavať a odčítavať, stále dostaneme číslo deliteľné 6. Najväčšie číslo deliteľné 6, ktoré nie je väčšie ako 500 je 498. Teraz určite vieme, že Janči nemôže získať viac ako 498 zlatiek.

Pozrieme sa na to, či môže Janči nejakým spôsobom získať 498 zlatiek. Vybrať si, či chceme trpaslíkom zatriasť alebo ho nakŕmiť, môžeme iba vtedy, keď má trpaslík aspoň 300 zlatiek a zároveň Janči má aspoň 198 zlatiek. Keďže počet Jančiho zlatiek je násobkom 6, tak jediná takáto situácia, ktorá môže reálne nastať je, že trpaslík má 302 zlatiek a Janči má 198 zlatiek. Ale v takomto prípade by Janči trpaslíkom zatriasol a zmocnil sa 498 zlatiek. Z toho vyplýva, že stále máme iba jednu možnosť, čo spraviť. Vypíšeme si prvých niekoľko krokov:

Krok	Trpaslík	Janči	Čo sa stane
0.	500	0	potrasenie (+300)
1.	200	300	nakŕmenie (-198)
2.	398	102	potrasenie (+300)
3.	98	402	nakŕmenie (-198)
4.	296	204	nakŕmenie (-198)
5.	494	6	...

Vidíme, že po piatich krokoch (potrasení, nakŕmení, potrasení, nakŕmení, nakŕmení) získal Janči 6 zlatiek. Po x-tom opakovaní tejto postupnosti krokov bude mať Janči v každom kroku o $x \cdot 6$ zlatiek viac. A naopak, trpaslík bude mať v každom kroku o $x \cdot 6$ zlatiek menej. To si zapíšeme do tabuľky:

Krok	Trpaslík	Janči	Čo sa stane
0.	$500 - x \cdot 6$	$0 + x \cdot 6$	potrasenie (+300)
1.	$200 - x \cdot 6$	$300 + x \cdot 6$	nakŕmenie (-198)
2.	$398 - x \cdot 6$	$102 + x \cdot 6$	potrasenie (+300)
3.	$98 - x \cdot 6$	$402 + x \cdot 6$	nakŕmenie (-198)
4.	$296 - x \cdot 6$	$204 + x \cdot 6$	nakŕmenie (-198)
5.	$494 - x \cdot 6$	$6 + x \cdot 6$	...

Vidíme, že pri 16. opakovaní 3. kroku by mal $402 + 16 \cdot 6 = 498$ zlatiek. Ukážeme si, že túto postupnosť krokov môžeme naozaj zopakovať 16-krát.
Po prvom kroku bude mať Janči stále viac ako 300 zlatiek, takže môže trpaslíka nakŕmiť. Po druhom kroku bude mať trpaslík stále viac, ako $398 - 16 \cdot 6 = 302$ zlatiek, čiže ním môže Janči potriasť. Po treťom kroku bude mať Janči stále viac, ako 400 zlatiek, takže môže 2-krát nakŕmiť trpaslíka. Po piatom kroku bude mať trpaslík stále viac, ako $494 - 15 \cdot 6 = 404$ zlatiek, takže ním môže Janči potriasť (4. a 5. krok sa zopakujú len 15-krát, lebo v 3. kroku 16. opakovaní už Janči získa 498 zlatiek).
Janči sa vie zmocniť najviac 498 zlatiek.

Komentár

Takmer každému z vás sa podarilo zistiť správny výsledok, ale, bohužiaľ, málokomu sa ho podarilo aj dokázať. V tejto úlohe bolo podstatné dokázať, prečo Janči nemôže získať viac zlatiek, a ukázať, ako môže získať 498 zlatiek. Mnohí z vás si vypísali niekoľko prvých krokov a potom prehlásili, že táto postupnosť krokov sa bude opakovať. To však nemôžete predpokladať bez toho, aby ste to zdôvodnili. Viacerí ste tiež zabudli ukázať, že Janči si okrem jedného prípadu nemôže vybrať, čo urobí, a teda postup je jednoznačný.

4

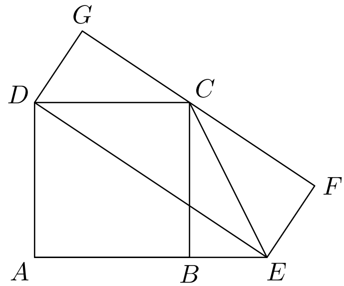
opravovali **Kristín Mišlanová** a **Samo Krajči**
najkrajšie riešenie: Jakub Mičko, Jakub Kuľka

62 riešení

Zadanie

Na zvitku bol narysovaný štvorec $ABCD$ a obdĺžnik $DEFG$, kde bod E ležal na polpriamke opačnej k BA a bod C bol bodom úsečky FG. Dokážte, že pri ľubovoľnej polohe bodu E je obsah obdĺžnika $DEFG$ rovný obsahu štvorca $ABCD$.

Riešenie



Pozrime sa na trojuholník DCE. Úsečka DE je zároveň strana obdĺžnika $DEFG$ a, keďže bod C leží na protiľahlej strane obdĺžnika – GF, tak výška tohto trojuholníka je rovnako veľká ako strana DG obdĺžnika $DEFG$ (keďže DG je kolmá na DE aj na GF, rovnako ako výška).
Obsah trojuholníka DCE je $|DE| \cdot |DG|/2$, a teda obsah obdĺžnika $DEFG$ si vieme vyjadriť ako $S(DEFG) = 2 \cdot S(DCE)$.
Obsah trojuholníka DCE si však vieme vypočítať aj ako $|CD| \cdot v_{CD}/2$. No a, keďže DC je rovnobežná s AB a bod E leží na priamke AB, tak výška na CD má vlastne dĺžku CB. To znamená, že obsah trojuholníka DCE je $|DC| \cdot |CB|/2$. A nakoľko $|DC| \cdot |CB|$ je vlastne obsah štvorca $ABCD$, tak obsah štvorca $ABCD$ si vieme vyjadriť aj ako $S(ABCD) = 2 \cdot S(DCE)$.
Takže platí $2 \cdot S(DCE) = S(ABCD) = S(DEFG)$, čo sme chceli dokázať.

Komentár

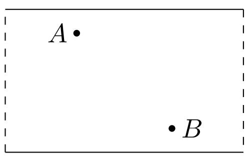
Najväčší problém v úlohe robil fakt, že rovnosť obsahov bolo potrebné dokázať pre ľubovoľnú pozíciu bodu E. V takomto prípade boli, bohužiaľ, všetky riešenia, v ktorých ste sa to snažili dokázať len pre nejakú konkrétnu pozíciu bodu E, hodnotené nízkym počtom bodov. Rovnako by sme radi pripomenuli, že pri geometrických úlohach spôsob „narysoval som si to a vyšlo mi to“ nebude nikdy považovaný za korektný dôkaz. (:

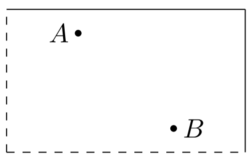
5 opravovali **Matúš Hlaváčik** a **Filip Csonka**
najkrajšie riešenie: Jakub Kuľka, Matej Vasky

66 riešení

Zadanie

Najprv si Janči potrénuje lietanie. Od Zmokovho stromu (bod A) chce preletieť k novovytunelovanému tunelu (čiarkovaná čiara), odtiaľ k rozpadnutému diaľničnému úseku Nižná Váha – Vyšná Váha (druhá čiarkovaná čiara) a napokon domov (bod B). Nájdite najkratšiu trasu Jančiho letu pre situáciu na obrázku naľavo a pre situáciu na obrázku napravo.





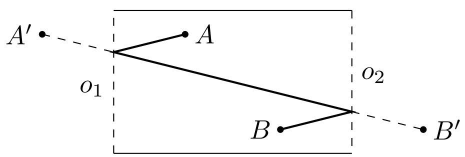
Riešenie

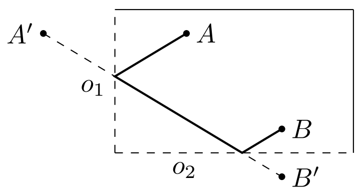
Ak bod A premietneme osovo súmerne podľa osi o_1 (novovybudovaný tunel) do bodu A', dostaneme bod, o ktorom vieme, že je od ľubovoľného bodu na osi o_1 (novovybudovaný tunel) vzdialený rovnako, ako je od tohto bodu na osi vzdialené A. To znamená, že hľadať cestu z A' cez novovybudovaný tunel a ďalej je to isté ako hľadať cestu z A k tunelu a ďalej, teda nám to nijak neovplyvňuje riešenie úlohy. Rovnako to platí aj pre bod B, ktorý osovo súmerne zobrazíme podľa osi o_2 (diaľničný úsek Nižná Váha).

Teraz hľadáme najkratšiu cestu z bodu A' do bodu B'. Najkratšia cesta je vždy úsečka. Spojíme A' s B' a priesečníky označíme X a Y. Najkratšia cesta je teda z A cez X a Y do B.

Ak by sme bod A premietli cez os o_2 a bod B cez os o_1, cesta by bola zjavne dlhšia (keďže A je bližšie k osi o_1 a B je bližšie k osi o_2).

V druhom prípade je princíp ten istý. Zobrazíme body A, B do bodov A', B' cez osi o_1 a o_2, spojíme A' s B' a priesečníky s osami sú miesta, kde sa Jančiho cesta „odrazí“ smerom k ďalšiemu bodu.





Komentár

Zo začiatku sme si mysleli, že táto úloha bude najmä o tom, či riešiteľ použije správne osovú súmernosť. Neskôr sa však ukázalo, že bolo veľa riešiteľov, čo osovú súmernosť použili, ale často zabúdali vysvetliť, prečo ju použiť mohli, resp. prečo to nemení riešenie úlohy. Veľa z Vás sa ešte snažilo použiť kolmice, tie sa, bohužiaľ, v tejto úlohe nevyplatili.

6

opravovali **Martin „Vodka“ Vodička** a **Erik Berta**

najkrajšie riešenie: Martin Nemjo

79 riešení

Zadanie

Na jednom políčku šachovnice 8×8 leží čierny kameň a na ostatných políčkach biele. V jednom kroku môžeme zmeniť na opačné (čierne na biele a biele na čierne) súčasne všetky štyri kamene v ktoromkoľvek štvorci 2×2 na šachovnici. Zistite, či po určitom počte krokov môže byť na šachovnici rovnaký počet kameňov oboch farieb.

Riešenie

Na začiatku je na šachovnici 1 čierny a 63 bielych kameňov, pričom my chceme mať na konci 32 čiernych a 32 bielych kameňov. Všimnime si, že na začiatku máme nepárny počet kameňov z oboch farieb a na konci ich má byť párny počet.
Teraz sa pozrieme, o koľko sa zmení počet čiernych kameňov, ak obrátime nejaký štvorec 2×2. Ak sa v danom štvorci nachádzajú 4 čierne (resp. 4 biele), po obrátení sa počet čiernych (resp. bielych) kameňov zmení o 4, čo je párne číslo. Pre štvorec s 2 čiernymi a 2 bielymi sa počet kameňov vôbec nezmení, zmení sa iba ich pozícia. Ak sa vo štvorci nachádzajú 3 čierne a 1 biely alebo opačne, po zmene sa počet bielych a čiernych zmení o 2, čo je taktiež párne číslo.
Ako vidíme, nech si vyberieme ľubovoľný štvorec, počet kameňov oboch farieb sa zmení vždy o párne číslo. A, ak k nepárnemu číslu pripočítam alebo od neho odpočítam párne číslo, tak vždy dostanem nepárne číslo, teda počet čiernych kameňov bude vždy nepárny. Preto nikdy nedostaneme rovnaký počet čiernych a bielych kameňov.

Komentár

Väčšina Vašich riešení bola správna, čo nás veľmi teší. Na čo by sme chceli ale upozorniť je to, že, ak chcete ukázať, že sa niečo nedá, tak dôkaz typu „skúšam a ono to nevychádza, takže sa to nedá,“ nie je použiteľný. To slúži len na to, aby ste prišli na to, že sa to nedá, ale nie ako dôkaz. A ak prídete na niečo, čo platí vždy, (napríklad, že stále je tam nepárny počet čiernych kameňov), tak to nezabudnite poriadne dokázať, lebo niekedy boli vo vašich úvahách diery.

Zadania 2. série úloh Zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr **28. novembra 2016**

Úloha 1

Janči na úteku si chce urobiť prieskum okolia. Má v záujme prejsť si niekoľko strategických bodov. Vychádza z brlohu potkanieho šéfa a chce navštíviť hrad, družstevnú sýpku, palác, most a nábrežie a zakončiť svoje putovanie opäť v brlohu. Časy prechodu medzi jednotlivými miestami sú:

brloh - sýpka: 2,4	*sýpka - nábrežie:* 1,0	*hrad - palác:* 3,0
brloh - most: 5,0	*sýpka - palác:* 3,6	*hrad - most:* 4,6
brloh - nábrežie: 2,8	*sýpka - hrad:* 3,8	*nábrežie - palác:* 3,0
brloh - palác: 3,4	*sýpka - most:* 3,6	*nábrežie - most:* 1,6
brloh - hrad: 2,4	*hrad - nábrežie:* 3,2	*most - palác:* 3,2

Nakreslite obrázok a navrhnite plán najkratšej možnej cesty pre Jančiho.

Úloha 2

Jänči sa ponoril do oparu katakomb a ocitol sa v hlavnej chodbe. Z nej viedlo mnoho bočných chodieb. Nad každým z východov bol osadený kameň s číslom. Janči si všimol, že súčet každých troch po sebe idúcich čísel je 20 alebo 22. Striedajú sa postupne v poradí 20, 20, 22, 22, 20, 20, 22, ...Nad prvým východom bolo číslo 9, nad deviatym 7. Aký je súčet čísel prvých 100 východov?

Úloha 3

Ukážte, že 6 trojuholníkov, ktoré vznikli rozdelením trojuholníka tromi ťažnicami, má rovnaké obsahy. Ťažnice sa vždy pretínajú v jednom bode, ktorý nazývame ťažisko.

Úloha 4

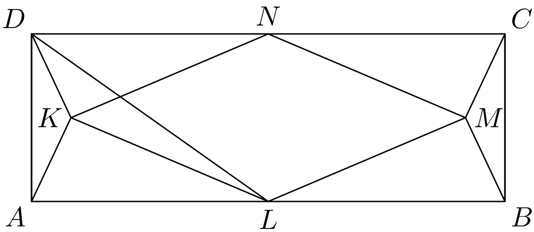
Na stole ležala kocka a po poslednom hode vyzerala takto: V jej vrcholoch sa vznášali čísla od 1 po 8 (každé práve raz). Na každej stene kocky bol vyrytý súčet čísel, ktoré sa nachádzali vo vrcholoch príslušnej steny. Bolo zaujímavé, že všetky súčty na stenách, ktoré Janči videl (tých stien bolo päť), boli prvočísla a neboli medzi nimi žiadne dve rovnaké. Aké číslo bolo na šiestej stene kocky?

Úloha 5

Chceli, nech Janči dokáže, že ak si ľubovoľne zvolíme 55 rôznych celých čísel od 1 do 100 vrátane, budú medzi nimi dve, ktorých rozdiel je 9, dve, ktorých rozdiel je 10, dve, ktorých rozdiel je 12 a dve, ktorých rozdiel je 13. Prekvapujúco sa mocní nevedeli zmocniť vždy takých dvoch čísel, ktorých rozdiel je 11, takže treba ukázať, že také tam byť nemusia.

Úloha 6

V obdĺžniku $ABCD$ sa nachádzajú body K, L, M a N ako na obrázku. Daný útvar na obrázku je osovo súmerný podľa osí KM aj NL. Pritom platí, že $|\sphericalangle ADK| = |\sphericalangle CDL| = 30°$. Akú časť plochy obdĺžnika $ABCD$ zaberá kosoštvorec $KLMN$?



Poradie po 1. sérii Zimného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Kategória	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
1. – 5.	Matúš Masrna	Z8	ZKro4KE	9	9	9	9	5	9	0	**54**
	Matej Vasky	Z7	GAlejKE	9	9	9	–	9	9	0	**54**
	Maximilián Pándy	Z8	GMaraKE	9	9	9	9	–	9	0	**54**
	Jakub Mičko	Z8	GAlejKE	9	9	9	9	–	9	0	**54**
	Jakub Kulka	Z7	ZDrienov	9	9	–	9	9	9	0	**54**
6.	Emma Pásztorová	Z9	GJarPO	9	9	7	9	9	9	0	**52**
7.	Karin Eštoková	Z7	ZBeleKE	9	9	6	9	6	9	0	**51**
8. – 9.	Sara Gašparová	Z7	GLich69SC	9	9	5	9	2	9	0	**50**
	Oskar Hritz	Z7	ZPoliKE	8	9	5	6	9	9	0	**50**
10. – 13.	Adam Garafa	Z8	ZKro4KE	9	9	3	9	6	9	0	**48**
	Sára Šoltészová	Z8	GAlejKE	9	9	4	9	6	9	0	**48**
	Radoslav Jochman	Z8	GAlejKE	7	9	5	9	7	9	0	**48**
	Dominika Nguyen	Z9	GAlejKE	9	9	7	9	5	9	0	**48**
14. – 15.	Martin Nemjo	Z9	GAlejKE	9	9	9	7	4	9	0	**47**
	Simona Sabovčíková	Z9	ZKro4KE	9	9	3	8	9	9	0	**47**
16. – 18.	Norbert Micheľ	Z9	ZKro4KE	9	7	3	9	9	9	0	**46**
	Matej Grofcik	Z8	ZNov2KE	8	9	6	8	1	9	0	**46**
	Štefan Vašak	Z7	ZKe30KE	8	9	6	5	1	9	0	**46**
19. – 20.	Frederik Ténai	Z9	ZParkKE	9	9	4	9	5	9	0	**45**
	Klára Hricová	Z9	ZKro4KE	8	9	6	8	5	9	0	**45**
21. – 26.	Michal Vorobel	Z9	GJarPO	9	9	8	9	0	9	0	**44**
	Simona Gibalová	Z8	GAlejKE	9	9	4	9	–	9	0	**44**
	Michaela Rusnáková	Z9	GAlejKE	9	2	9	9	6	9	0	**44**
	Filip Baltovič	Z8	GAlejKE	9	9	4	5	7	9	0	**44**
	Miriam Horváthová	Z7	ZKomeMI	9	9	4	4	2	9	0	**44**
	Samuel Koribanič	Z8	ZSverHE	8	9	5	9	5	8	0	**44**
27.	Erik Novák	Z8	ZKro4KE	9	9	7	–	5	8	0	**43**
28. – 29.	Lujza Milotová	Z9	ZBrusKE	9	9	6	9	0	9	0	**42**
	Gabriela Genčiová	Z9	ZKro4KE	9	9	6	9	–	9	0	**42**
30. – 33.	Nina Mizeráková	Z9	GJarPO	9	5	4	9	5	9	0	**41**
	Karol Jakubčák	Z7	ZKro4KE	9	9	5	–	–	9	0	**41**
	Jakub Farbula	Z9	GAlejKE	8	9	4	9	2	9	0	**41**
	Bianka Šimková	Z9	ZFab44KE	9	9	5	9	0	9	0	**41**
34. – 35.	Zuzana Kudláčová	Z7	GAlejKE	8	9	4	0	0	9	0	**39**
	Klára Macková	Z7	ZHli22RK	8	9	4	0	–	9	0	**39**
36.	Simona Horváthová	Z9	ZKro4KE	8	9	5	8	–	7	0	**37**
37. – 38.	Margaréta Berecká	Z7	ZKro4KE	9	9	4	–	4	–	0	**35**
	Martina Vilinová	Z7	ZZaVod14SL	7	9	4	0	0	6	0	**35**
39. – 41.	Natália Kapustová	Z7	ZBadin	6	9	5	1	0	4	0	**34**
	Patrik Sremaňák	Z7	ZKro4KE	9	7	4	0	0	5	0	**34**
	Veronika Macková	Z8	ZHli22RK	8	9	4	0	2	9	0	**34**
42. – 43.	Sophia Sabovčíková	Z7	ZKro4KE	2	9	4	0	0	9	0	**33**
	Adam Bednář	Z7	EGJAK	9	9	6	–	–	–	0	**33**
44.	Lea Jantošovičová	Z8	GAlejKE	6	9	4	2	–	9	0	**32**
45.	Adam Čabrák	Z8	ZKro4KE	9	9	4	–	–	9	0	**31**
46.	Martin Kliment	Z8	EGJAK	8	9	4	–	0	9	0	**30**
47. – 49.	Hana Šándorová	Z8	GAlejKE	8	–	–	9	1	9	0	**27**
	Alžbeta Szabová	Z7	EGJAK	8	–	4	–	0	7	0	**27**

Poradie	Meno a priezvisko	Kategória	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
	Martin Gomboš	Z9	GAlejKE	8	1	2	5	5	6	0	**27**
50. – 53.	Lenka Hake	Z9	GAlejKE	9	–	7	0	4	6	0	**26**
	Lenka Šándorová	Z8	GAlejKE	8	–	–	9	0	9	0	**26**
	Tomáš Feciskanin	Z9	GAlejKE	8	9	–	–	–	9	0	**26**
	Ľubomír Vargovčík	Z7	ZKe30KE	8	1	1	–	1	7	0	**26**
54. – 55.	Jakub Mandzák	Z9	ZKro4KE	9	9	7	–	–	–	0	**25**
	Matej Hajduk	Z8	EGJAK	9	–	3	–	5	8	0	**25**
56. – 58.	Simona Dučaiová	Z8	ZTomKE	8	9	4	0	1	1	0	**24**
	Barbora Gbúrová	Z7	ZKro4KE	8	8	–	–	–	–	0	**24**
	Timotej Jakubov	Z6	ZŠtefHE	8	–	4	0	–	4	0	**24**
59.	Samuel Elischer	Z8	ZKro4KE	8	9	5	1	–	–	0	**23**
60. – 61.	Ľuboš Bucher	Z7	ZKro4KE	9	–	4	–	–	–	0	**22**
	Tadeáš Kaminský	Z8	GAlejKE	9	9	4	–	–	–	0	**22**
62. – 63.	Jaroslav Birka	Z8	ZKro4KE	9	9	3	–	–	–	0	**21**
	Martin Gubík	Z7	ZKro4KE	9	–	3	–	–	–	0	**21**
64. – 69.	Richard Gerboc	Z7	ZŠtefHE	8	0	1	0	0	3	0	**20**
	Barbara Michalíková	Z7	ZKro4KE	8	–	3	0	–	1	0	**20**
	Peter Rudišin	Z7	ZŠtefHE	3	–	1	0	0	8	0	**20**
	Alexandra Bálintová	Z8	GAlejKE	7	9	4	–	–	–	0	**20**
	Lukáš Behun	Z8	GAlejKE	6	9	5	–	–	–	0	**20**
	Martin Čandík	Z9	ZŠmerPO	4	2	4	0	1	9	0	**20**
70. – 73.	Pavol Liščinský	Z7	ZKro4KE	8	–	3	–	–	–	0	**19**
	Elena Hanusová	Z7	ZKro4KE	6	0	4	–	0	3	0	**19**
	Filip Brutovsky	Z8	GAlejKE	3	9	4	–	–	3	0	**19**
	Daniela Stupárová	Z8	GAlejKE	2	5	–	3	0	9	0	**19**
74. – 76.	Martina Magdošková	Z8	GAlejKE	8	–	–	5	5	–	0	**18**
	Claudia Ciganová	Z7	EGJAK	6	1	4	–	–	1	0	**18**
	Michal Židzik	Z7	ZSverHE	7	1	3	–	–	–	0	**18**
77. – 81.	Lilla Maheľová	Z8	ZKro4KE	4	6	2	–	–	5	0	**17**
	Martin Fedorko	Z8	ZŠmerPO	5	5	4	0	1	1	0	**17**
	Peter Lukáč	Z7	ZKro4KE	4	5	3	–	–	–	0	**17**
	Viktória Fáberová	Z9	GAlejKE	3	1	4	0	–	9	0	**17**
	Martin Smolko	Z9	ZŠmerPO	3	0	5	0	0	9	0	**17**
82. – 87.	Kristína Šedovičová	Z8	ZKro4KE	8	–	–	–	–	8	0	**16**
	Ivan Dula	Z9	GAlejKE	6	–	4	5	1	–	0	**16**
	Barbora Stupavská	Z7	ZStan13KE	5	3	3	–	–	–	0	**16**
	Kristián Polák	S2	GĽŠ26MI	5	5	0	–	0	1	0	**16**
	Zuzana Krajňáková	Z9	ZKro4KE	8	–	4	–	–	4	0	**16**
	Simona Vrbová	Z9	ZKro4KE	4	–	4	–	–	8	0	**16**
88.	Richard Sobek	Z7	ZKro4KE	6	–	3	–	–	–	0	**15**
89.	Matúš Bucher	Z8	ZKro4KE	9	–	5	–	–	–	0	**14**
90.	Simona Jacková	Z8	ZKro4KE	7	–	6	–	–	–	0	**13**
91. – 92.	Samuel Petroc	Z5	ZKro4KE	4	–	4	–	–	–	0	**12**
	Diana Baňačkai	Z6	ZKro4KE	6	–	–	–	0	–	0	**12**
93. – 95.	Sára Lemešányi	Z8	ZKro4KE	7	–	–	–	–	4	0	**11**
	Martin Kánássy	Z9	ZKro4KE	3	4	4	–	–	–	0	**11**
	Lenka Nemergutová	Z7	ZZaVod14SL	2	4	–	–	1	–	0	**11**
96. – 99.	Oliver Demjan	Z7	ZKro4KE	3	–	2	–	2	–	0	**10**
	Zuzana Jankurová	Z7	ZZaVod14SL	4	1	0	–	1	–	0	**10**

Poradie	Meno a priezvisko	Kategória	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
	Samuel Čurma	Z7	ZSverHE	4	0	2	–	–	–	0	**10**
	Jakub Gera	Z9	ZŠmerPO	3	1	4	1	0	1	0	**10**
100. – 103.	Oliver Orosz	Z7	ZKro4KE	3	–	3	–	–	–	0	**9**
	Kristína Melicherová	Z7	ZKro4KE	4	1	–	–	–	–	0	**9**
	Michal Chovančák	Z7	ZKro4KE	–	–	1	–	0	4	0	**9**
	Ján Richnavský	Z9	ZKro4KE	–	9	–	–	–	–	0	**9**
104. – 107.	Klára Paľuvová	Z8	ZKro4KE	4	–	–	–	–	4	0	**8**
	Lukáš Mikulec	Z8	GLich69SC	4	–	0	0	1	3	0	**8**
	Klaudia Schurdáková	Z7	ZZaVod14SL	4	0	0	0	0	0	0	**8**
	Daniel Kalina	Z9	ZKro4KE	3	5	–	–	–	–	0	**8**
108.	Matúš Vysoký	Z8	ZKro4KE	3	–	4	–	–	–	0	**7**
109. – 110.	Branislav Knap	Z7	ZKro4KE	3	–	0	–	–	–	0	**6**
	Dávid Orem	Z8	ZŠmerPO	3	0	3	0	0	0	0	**6**
111.	Ondrej Tomko	Z8	ZŠmerPO	2	0	3	0	0	–	0	**5**
112. – 115.	Jakub Šlauka	Z7	ZKro4KE	–	0	–	–	–	2	0	**4**
	Tamara Pazúrová	Z7	SMlad7PP	2	0	0	–	0	–	0	**4**
	Anthony Martin	Z9	ZKro4KE	–	4	–	–	–	–	0	**4**
	Antoinette Vavreková	Z9	ZŠmerPO	–	–	4	–	–	–	0	**4**
116. – 117.	Ivana Benešová	Z8	ZKro4KE	3	0	–	–	–	–	0	**3**
	Filip Šašala	Z7	ZKro4KE	–	0	0	1	0	1	0	**3**

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

Názov *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • Október 2016 • Zimný semester 30. ročníka (2016/2017)
Internet: `https://matik.strom.sk`
E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Internet: `https://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `info@strom.sk`