KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO **4** — ROČNÍK **20**

INTERNET http://matik.strom.sk

Aloha (Ahojte)!

To je ale zmätku v blížiacom sa období. Opravovať známky, chodiť sa bicyklovať, počítať Matik, plánovať tábory... Sme tu, aby sme Ti pomohli určiť Tvoje priority. MATIK – Tvoja priorita číslo 1 až číslo 10 v 5-bodovej stupnici. My Ťa však do ničoho nútiť nebudeme, len to jednoducho UROB! :) No dobre, pravdou je, že občas treba vyriešiť aj iné ako matematické problémy, no základom je, zvládnuť to tak, aby Ti ostal čas aj na tie s kúskom matiky. Radi by sme začali leto práve s Tebou na sústredení, preto sa nevieme dočkať, ako budeme čoskoro sedieť nad Tvojimi úlohami a krúžkovať 5 bodov. Tak rýchlo pohrať sa s príkladmi, lebo leto sa už nebezpečne blíži...

Vzorové riešenia 3. série úloh

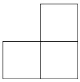
1

opravovali **Katka Povolná** a **Hanka Jergušová** — 40 riešení

najkrajšie riešenia: Ladislav Hovan, Ján Šimko, Veronika Vašková

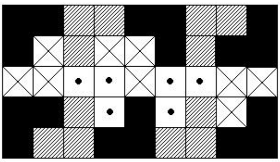
Hlavnou myšlienkou oboch častí úlohy je predstaviť si kožu ako obdĺžnikovú sieť. V prvom prípade má rozmery 8×5m.

Koža mamuta je teda tvorená $8 \cdot 5 = 40$-timi štvorčekmi s rozmermi 1×1m. Túto kožu máme rozstrihať na útvary podobné písmenu L z obrázka (takto ďalej budeme značiť tento útvar).



Jeden takýto útvar L je zložený z 3 malých štvorčekov s rozmermi 1×1m. Teraz nám už len stačí zistiť, koľko takých L sa pomestí do našej obdĺžnikovej siete. Skúsme to najskôr zistiť len z počtu štvorčekov, ktoré máme k dispozícii. $40 : 3 = 13$ L-iek a jedna tretina L. Z toho vyplýva, že sa nám kožu o rozmeroch 8×5m nepodarí rozstrihať na celé útvary tvaru L, nech robíme, čo robíme.

Ale co koža s rozmermi 9×5m? Tá je tvorená 45 štvorčekmi, teda sa na ňu zmestí $45 : 3 = 15$ L-iek. Takže sme nevylúčili, že sa naša koža dá rozstrihať na 15 kusov tvaru L. Ale to nestačí, musíme overiť, či sa to naozaj dá, teda nájsť aspoň jednu možnosť, ako sa dá koža rozstrihať. Po chvílke skúšania prídeme na to, že to ide napríklad takto:



Komentár. Celkovo ste si veľmi dobre s touto úlohou poradili. Veď nebola až taká zložitá. Niektorí z vás zistili, že teoreticky sa dá koža s rozmermi 9×5 rozstrihať na kusy tvaru L. Ale potom ste len skonštatovali, či sa to podľa vás dá alebo nie. A chýbal k tomu akýkoľvek obrázok alebo korektné zdôvodnenie. Za to, žiaľ, museli ísť bodíky dole.

2 opravovali **Nika Macková** a **Maťo Poli Polačko**
najkrajšie riešenia: Iveta Lederová, Jozef Lami, Peter Gromóczki

31 riešení

Najprv si musíme položiť kľúčovú otázku: čo to znamená vybehnúť 6 alebo 15 schodov? Možné odpovede sú dve:

- urobiť 6 alebo 15 krokov na eskalátore (eskalátor sa počas tohto času o niečo pohne),
- urobiť úkon, po ktorom budeme vo výške 6. alebo 15. schodu.

Dúfame, že sa s vami zhodneme na tom, že správnejšia je 1. odpoveď (tak aj bola úloha myslená). Keďže viacerí z vás boli zo zadania príkladu zmätení, budeme sa v riešení venovať aj tej druhej možnosti.
Riešenie pre 1. odpoveď:
Hneď v prvom riadku zadania máme danú rýchlosť behu. Desať schodov za päť sekúnd, čiže $10/5 = 2$ schody za sekundu.
Zo zadania vieme, že Džu vybehne 6 schodov (počas času vybehnutia šiestich schodov sa sčítava jeho rýchlosť s rýchlosťou eskalátora) a potom sa 33 sekúnd vezie. Celkovo sa teda vezie 36 sekúnd na eskalátore. Počas toho ešte 6 schodov vybehne. Z toho si môžeme spraviť rovnicu pre počet schodov eskalátora (označme si ich x). (Pozn. Pri ďalšom riešení používame nám i vám iste dobre známy vzťah z fyziky: $s = v \cdot t$, kde s je dráha, v je rýchlosť pohybu a t je príslušný čas.) Zo zadania dostávame rovnicu $x = 6 + 3v_e + 33v_e = 6 + 36v_e$, kde v_e je rýchlosť eskalátora. Zo zadania nám taktiež vyplýva podobná rovnica: $x = 15 + 7{,}5v_e + 15v_e = 15 + {} + 22{,}5v_e$.
Porovnaním týchto dvoch rovníc vznikne rovnica

$$\begin{aligned} 6 + 36v_e &= 15 + 22{,}5v_e \\ 13{,}5v_e &= 9 \\ v_e &= \frac{2}{3} \text{ schodu/sekundu} \end{aligned}$$

Rýchlosť eskalátora je teda $\frac{2}{3}$ schodu za sekundu.
Teraz môžeme vypočítať počet schodov. Urobíme to, hoci na konci vám ukážeme fintu, ktorou ste sa mohli tomuto kroku vyhnúť. Do rovnice pre počet schodov dosadíme výsledok pre rýchlosť.

$$\begin{aligned} x &= 6 \text{ schodov} + 36 \text{ sekúnd} \cdot \frac{2}{3} \text{ schodu/sekundu} = \\ &= 6 \text{ schodov} + \frac{72}{3} \text{ schodov} = 6 \text{ schodov} + 24 \text{ schodov} = \\ &= 30 \text{ schodov.} \end{aligned}$$

Už si len vypočítame čas, za ktorý sa Džu dostane hore. Prejde 30 schodov rýchlosťou $\frac{2}{3}$ schodu za sekundu, teda jeho čas bude $\frac{30}{\frac{2}{3}} = 45$ sekúnd.

Rýchlosť pri pohybe dolu (v_d) je ROZDIELOM rýchlosti Džuovho behu a rýchlosti eskalátora ($v_d = v - v_e$). (Odrátať rýchlosť eskalátora ste zabudli naozaj mnohí.) Zase pre beh platí 10 schodov za 5 sekúnd. Teda 2 schody za sekundu. Dosadíme a dostávame:

$$v_d = 2 \text{ schody/sekundu} - \frac{2}{3} \text{ schodu/sekundu} = \frac{4}{3} \text{ schodov/sekundu}$$

Zo vzťahu $s = v \cdot t$ si vyjadríme čas t ($t = \frac{s}{v}$). Ostáva vypočítať už len čas t_d. Vieme, že $s = 30$ schodov, no a rýchlosť sme si vyjadrili vyššie. Takže

$$t_d = \frac{30}{\frac{4}{3}} = \frac{90}{4} \text{ sekúnd} = 22,5 \text{ sekúnd.}$$

Finta, ktorú sme spomínali, bola o tom, že si vyjadríme rýchlosť smerom dole a porovnáme ju s rýchlosťou smerom hore. V našom prípade zistíme, že je dvakrát väčšia, teda čas musí byť dvakrát kratší.

Riešenie pre 2. odpoveď: (nebudeme ho písať tak podrobne)

Opäť si zostavíme rovnice (zo zadania) $x = 6 + 33v_e$ (tu uvažujeme, že po vybehnutí 6 schodov je Džu na 6. schode), respektíve $x = 15 + 15v_e$ (po vybehnutí 15 schodov je Džu na 15. schode). Dáme si to do rovnosti a dostávame:

$$\begin{aligned} 6 + 33v_e &= 15 + 15v_e \\ 18v_e &= 9 \\ v_e &= 0,5 \text{ schodu/sekundu} \end{aligned}$$

Pre čas cesty hore (t_h) si vypočítanú rýchlosť dosadíme do $t_h = \frac{6 \text{ schodov}}{v_e} + 33$ sekúnd alebo $t_h = \frac{15 \text{ schodov}}{v_e} + 15$ sekúnd.

V oboch prípadoch dostávame 45 sekúnd.

Opäť musíme vyjadriť rýchlosť smerom dole

$$\begin{aligned} v_d &= v - v_e \\ v_d &= 2 \text{ schody/sekundu} - 0,5 \text{ schodu/sekundu} \\ v_d &= 1,5 \text{ schodu/sekundu} \end{aligned}$$

Rýchlosť je v tomto prípade trikrát vyššia, preto cesta dolu bude trvať trikrát kratšie, a teda 15 sekúnd.

Komentár. Keďže mnohí z vás úlohu pochopili druhým spôsobom, tak sme sa rozhodli druhý spôsob považovať za čiastočne správny. Pri podobných úlohách sa treba zamyslieť nad vedľajšími skutočnosťami. V tomto prípade ste zabúdali na to, že zatiaľ čo Džu behal po eskalátore smerom nadol, aj eskalátor sa hýbal, ale opačným smerom. Čiže keď sa Džu chcel dostať úplne dole, musel zbehnúť všetky schody plus tie, o ktoré sa zatiaľ eskalátor posunul.

3 opravovali **Alexik Kuncová** a **Nikuš Špesová**

najkrajšie riešenia: Jozef Krzeminský, Patrícia Gribovská

34 riešení

Ukážeme riešenie pomocou pomerov rýchlostí chlapcov. Za daný čas t prebehol Mrť od štartu do cieľa (čo je v našom prípade 400 metrov) a Ko len 380 metrov. To znamená, že pomer ich rýchlostí je $400/380 = 20/19$. To môžeme povedať aj tak, že kým Mrť prebehne 20 metrov, Ko iba 19 metrov. Podobnou úvahou prídeme k zisteniu, že kým Ko prebehne 20 metrov, Krb prebehne 19 metrov. To znamená, že kým Mrť prebehne 400 metrov, čo je $20 \cdot 20$ metrov, tak Ko prebehne $20 \cdot 19$ metrov, teda 380 metrov. Tento čas je taktiež rovný času, keď Ko beží 380 metrov, čo je $19 \cdot 20$ metrov, a teda Krb beží $19 \cdot 19$ metrov, čo je 361 metrov. Z toho potom dostávame, že v čase, keď je Mrť v 400 metroch, tak Ko je v 380 metroch a Krb v 361 metroch od začiatku, teda $400 - 361 = 39$ metrov pred cieľom.

Komentár. Úlohu väčšina z vás pekne zvládla. Najčastejšie sa vyskytujúcou chybou bolo, že ste nepočítali s rozdielnymi rýchlosťami chlapcov. V tomto prípade všetci traja bežali rovnakou rýchlosťou s rovnomernými odstupmi. Táto myšlienka však nie je správna v tom, že ak všetci traja vyštartovali naraz z rovnakého miesta a rovnakou rýchlosťou, tak by museli prísť do cieľa naraz. Preto riešením úlohy nemôže byť, že spočítame vzdialenosť Koa od Krba a vzdialenosť Mrťa od Koa v určitom case. Body sme taktiež strhávali za nedostatočne vysvetlený postup.

4 opravovali **Zuzka Harmincová** a **Paľo Harminc**

najkrajšie riešenia: Martin Vodička

22 riešení

Riešenie: Keďže chceme čo najmenším počtom vážení rozlíšiť pohlavie 7 mamutov, na každú misku rovnoramenných váh dáme na začiatok čo najviac mamutov. Spolu máme 7 mamutov, takže na každú stranu váh dáme troch mamutov a zvážime ich. To by bolo prvé váženie. Uvedomte si, že nemá zmysel dávať na jednu stranu iný počet mamutov ako na druhú. Pri prvom vážení by mohli nastať dva prípady.
Ak by nám vyšlo, že misky ostanú v rovnováhe, je jasné, že na váhach nemôžu byť všetky mamuty mužského pohlavia, lebo tých je len 5. Preto je na každej miske práve jedna mamutica (pretože tie sú len dve). Na to, aby sme zistili, ktorá z tých troch mamutov na každej miske je mamutica, nám stačí jedno váženie. Vyberieme dvoch mamutov z tých troch *(2. váženie)* a ak budú mať rovnakú hmotnosť (misky sú v rovnováhe), na váhach sú mamuty. Ak budú mať rôznu hmotnosť, jeden je mamut, druhá mamutica a ten zvyšný je tiež mamut. To isté spravíme aj s druhou trojicou *(3. váženie)* a máme určené pohlavie všetkých 6 mamutov, ktoré sme vážili. Posledného mamuta teda vieme určiť už aj bez ďalšieho váženia.
Horšie to bude, ak misky nebudú v rovnováhe. Vzniknú dve možnosti (premyslite si, že sú naozaj len dve možnosti): na jednej miske sú všetky tri mamuty a na

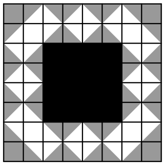
druhej sú dva mamuty a jedna mamutica alebo sú dve mamutice a jeden mamut. No a ako určiť ich pohlavie? Tento problém vyriešime tak, že zoberiem dva mamuty (označme si ich A a B) z ľahšej strany váhy a zvážime ich *(2. váženie)*.
Ak sú rovnako ťažké, neviem, či sú to dve mamutice alebo dva mamuty, ale keď jedného z nich zvážim s tým tretím (označme si ho C) *(3. váženie)*, tak sa všetko vyjasní. Ak bude C ťažší ako A (a vlastne aj B), je to mamut a tie dva zvyšné mamuty sú vlastne mamutice a teda ten siedmy nevážený mamut je chlap. Ak bude C ľahší ako A (a vlastne aj B), je to mamutica a tie dva zvyšné mamuty sú mamuty, a teda ten siedmy nevážený mamut je mamutica.
Ak sú rôzne ťažké, už viem určiť ich pohlavie, ale zase neviem, čo je ten tretí mamut z ich misky. Tak ho zvážim s jedným z nich *(3. váženie)* a budem vedieť jednoznačne určiť jeho pohlavie, a teda aj pohlavie siedmeho mamuta, ktorý len stojí obďaleč a vôbec sa nechce vážiť.
Tým sme vyriešili všetky možnosti a zistili sme, že na 3 váženia vo všeobecnosti vieme týmto postupom zistiť pohlavie všetkých siedmich mamutov.

Komentár. Chválime všetkých, čo sa aspoň pokúsili nájsť najmenší počet vážení, aj keď nie vždy úspešne. Tak či tak ste si s tým dosť dobre poradili, ale treba si uvedomiť, že keď máte za úlohu nájsť najmenší počet vážení, je potrebné vysvetliť aj to, že na menej vážení sa to nedá urobiť. A aj za to išli body dole...

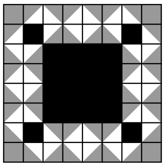
5 opravovali **Lucka Kažimírová**, **Alexik Kuncová** a **Nikuš Špesová**

najkrajšie riešenia: Katka Gallová, Alena Jančárová, Iveta Lederová — 36 riešení

K tomu, aby sme zistili, či jednotlivé množstvá balení vystačia na zafarbenie čiernych a sivých plôch šatky (vieme, že bielu farbiť nepotrebujeme :), si musíme spočítať obsahy týchto plôch.



Pre jednoduchšie počítanie si šatku môžeme rozdeliť na ľubovoľné zhodné útvary. My sme si vybrali rozdelenie šatky na malé štvorčeky (štvorčekovú mriežku). Ako vidíme, na obrázku prvej šatky je 16 čiernych a 24 sivých štvorčekov (4 celé a 40 trojuholníčkov s polovičným obsahom, čiže 20 ďalších štvorčekov). Vieme, že množstvom farby, ktorou sme zafarbili čiernu plochu (tj. jedno balenie), vyfarbíme 2-násobnú plochu sivej farby. V prípade prvej šatky vieme jedným balením zafarbiť všetku čiernu plochu, čo je 16 našich štvorčekov, a teda druhé balenie nám vystačí na zafarbenie $16 \cdot 2 = 32$ sivých štvorčekov. My ich máme však len 24, z čoho vyplýva, že pre prvú šatku Kkus dve balenia čiernej farby vystačia.



Rovnakú mriežku použijeme aj pre druhú šatku a keď správne popočítame, zistíme, že počet sivých štvorčekov sa nám nezmenil, teda je ich stále 24, no pribudli nám ešte 4 čierne štvorčeky, a tak je ich teraz 20. Prvým balením vyfarbíme 20 čiernych štvorčekov, a teda druhé balenie nám vystačí na 2-násobnú plochu sivej farby, teda $20 \cdot 2 = 40$ štvorčekov, pričom my ich máme len 24. Kkus teda s dostatočnou rezervou môže vyfarbiť aj druhú šatku použitím len 2 balení čiernej farby.

Komentár. Prvým a najdôležitejším krokom k úspechu je správne, čo najvýhodnejšie rozdelenie šatiek na zhodné útvary. Bolo potrebné nám tieto vaše rozdelenia nakresliť, aby sme videli, odkiaľ ste dané počty útvarov narátali. Veľa z vás nepochopilo úplne zadanie, a to v tom, že ste počítali s rovnakým množstvom balenia čiernej farby pre obe šatky (ako pre prvú), čo vám však tiež s odretými ušami na zafarbenie oboch šatiek vystačilo, no na správnosti riešenia nepridalo. Ďakujeme tým, ktorí napísali aj to, koľko farby sa ešte zvýšilo (človek nikdy nevie...). Úloha bola jednoduchá, len treba pozorne čítať a rátať...

6 opravovali **Robko Hajduk** a **Mirka Šupinová**

najkrajšie riešenia: Martin Vodička

43 riešení

Našou úlohou je nájsť všetky spôsoby, akými by sme mohli medzi číslice 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 a 1 vložiť znamienko + tak, aby ich súčet bol 99. Ak by sme medzi každú číslicu dali +, súčet by bol 45, čo je málo. Takže niektoré číslice musíme spojiť, aby sme požadovaný súčet dosiahli. Môžeme ich vytvoriť spojením niekoľkých za sebou idúcich číslic (nesmieme zabudnúť na to, že poradie číslic má byť zachované). Teda vytvoríme namiesto jednociferných čísel čísla viacciferné. Trojciferné a viacciferné čísla by bolo zbytočné uvažovať, pretože každé trojciferné číslo je väčšie ako 99.

Ostalo nám uvažovať len dvojciferné čísla v kombinácii s jednocifernými číslami. Najprv skúsime nechať jedno dvojciferné číslo. Číslo 98 v súčte s ostatnými jednocifernými číslami hneď vylúčime, nakoľko by spolu dávali viac ako 99. Podobne nevyhovujú i čísla 87 a 76. Ak spojíme číslice 6 a 5 a ostatné číslice necháme jednociferné, dostávame

$$9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99.$$

Pre jedno dvojciferné číslo v ostatných prípadoch by bol celkový súčet už len menší. Skúsime použiť dve dvojciferné čísla. Použijeme niektoré dve z čísel 54, 43, 32 a 21 za podmienky, že cifry budú rôzne. Teda máme možnosti 54 a 32, 54 a 21, 43 a 21. Čísla 54 a 32 dávajú 86 a ak k nim pripočítame ostatné číslice, spolu to je 117, čo je viac ako 99. Podobne ak zoberiem 54 a 21 a k nim pripočítam číslice 9, 8, 7, 6 a 3, dostávam 108, čo je opäť viac ako nami požadovaných 99. Posledná možnosť, ktorá nám ostáva, je 43 a 21 a zvyšné jednociferné čísla. Ak sčítame tieto čísla, dostávame

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 99.$$

Ak by sme použili akékoľvek tri, prípadne viac dvojciferných čísel, súčet by bol vždy väčší ako 99. Premyslite si, respektíve sami dopočítajte, že ak zoberiete 21, 43 a 65 (najmenšie tri dvojciferné čísla s požadovanými vlastnosťami), tak už ich súčet bude viac ako 99. Teda sú len dve možnosti, ako medzi tieto číslice vložiť +

tak, aby ich súčet bol 99:

$$9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99$$
$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 99$$

Nakoniec sme pomohli Džuovi vyriešiť nočnú moru.
Iné riešenie: Ako iste dobre vieme, súčet čísel 1 až 9 je 45, takže do 99 ešte chýba 54. Je jasné, že budeme zlepovať len číslice tak, aby sme dostali maximálne dvojciferné čísla. Ak zlepím 9 a 8 vyrobím 98, celkový súčet by som zvýšil o $98 - 9 - 8 = 81$. Podobne ak zlepím 8 a 7 súčet sa zväčši o $87 - 8 - 7 = 72$... ak zlepím 2 a 1, môj súčet sa zväčši o $21 - 2 - 1 = 18$. Ako vidíme, ak zo súčtu

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$$

zmažem nejaký plus, súčet sa zväčši o 9-násobok väčšieho z týchto dvoch čísel. My chceme súčet zväčšiť o 54, čo je $9 \cdot 6$. Môžeme to urobiť jedným "zmazaním plusu" – vtedy to musí byť $65 - 6 - 5 = 54$, teda máme prvé riešenie

$$9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99$$

alebo viacerými zmazaniami plusu. Každému ďalšiemu riešeniu zodpovedá spôsob ako napísať $54 = 6.9$ ako súčet niekoľkých rôznych násobkov deviatky, pričom najmenší možný je $18 = 2.9$. To vlastne znamená napísať číslo 6 ako súčet niekoľkých navzájom rôznych čísel väčších ako 1. No to sa dá len jediným spôsobom: $6 = 2 + 4$ (rozloženia $6 = 1 + 2 + 3$, $6 = 1 + 5$ a $6 = 3 + 3$ nepripadajú do úvahy). No a teda rozklad bude $54 = 18 + 36$, takže zlepíme 2 a 1 na 21 a 4 a 3 na 43 a dostávame druhé riešenie

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 99.$$

Komentár. Táto úloha určite nepatrila medzi najťažšie, no aj tak ste všetci za túto úlohu nedostali 5 bodov. Zopár z vás nepochopilo zadanie a menili ste poradie číslic. Niektorí zase našli správne riešenie, ale nevysvetlili ho a nevylúčili ostatné možnosti. Väčšina riešení však bola správna a veľmi pekne vypracovaná. Ste šikovní, len tak ďalej.

Zadania 4. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **21. mája 2007**

Čítali ste v poslednej časti: Zlý Ko zabil na love mamutov náčelníka kmeňa Mrťa, aby sa sám mohol ujať vlády. Mrťov právoplatný nástupca, jeho syn Džu, ušiel a náhodou sa dostal do iného, vyspelejšieho pravekého kmeňa.
„Kde som to?“ obzeral sa Džu okolo seba začudovane. „Vitaj u nás, chlapče...“ povedal mu vysoký chlap. Zrejme bol ich náčelníkom, ale vyzeral inak ako jeho otec. Tiež síce nemal jednu nohu, ale bol ostrihaný a oholený. „Ja som náčelník

Trs, toto je môj syn Lolo a toto zas moja dcéra Zizi. Bude sa o teba starať, pokiaľ sa neuzdravíš.“ Džu jedným očkom pozrel na Zizi. Bola naozaj nádherná. Modrooké dievčatko s úprimným úsmevom a peknou postavou (čo vám budem hovoriť). Jej malý braček Lolo mal v uchu až neprimerane veľkú medenú náušnicu. Džu to vnímal len čiastočne, lebo ešte stále nemohol od Zizi odtrhnúť oči. Vypočítavo dúfal, že bude chorý čo najdlhšie a strávi s ňou tak veľa času.
Zizi sa o Džua vzorne starala a splnila mu všetko, na čo si len spomenul. Ten pomaly vyzdravel a spokojne žil v novom kmeni. Učil sa, ako skrotiť a chovať mamuty a šabľozubé tigre, no neušiel mu ani postup, ako pestovať petržlen (a inú koreňovú zeleninu).
Úloha 1. *Domorodci pestujú petržlen v špeciálnych záhradách. Tie majú obdĺžnikový alebo štvorcový tvar. Ďalej vieme, že oba druhy záhrad majú rovnaký obsah. Dlhšia strana obdĺžnikovej je* $5/4$ *dĺžky strany štvorcovej a kratšia strana zase o* 2 *m kratšia ako strana štvorcovej. Aká je dĺžka strany štvorcovej záhrady, v ktorej domorodci pestujú petržlen?*

Toto všetko ho učili ľudia z kmeňa a všemožne ho vzdelávali. Raz ho dokonca Lolo naučil, ako vyrezať z petržlenu autíčko v životnej veľkosti.
Úloha 2. *Toto autíčko bolo však naozaj výnimočné. Stačilo mu povedať číslo a ono odpovedalo, koľko za sebou idúcich čísel treba spočítať, aby sme dostali povedané číslo. (Prvým číslom sčítania je* 1*.) V prípade, že číslo takto nevieme dostať, autíčko povie dve čísla, pričom prvé číslo hovorí, koľko za sebou idúcich čísel spočítalo a ako druhé číslo povie číslo, ktoré započítalo dvakrát. Napríklad, keď Lolo povedal číslo* 6*, autíčko odpovedalo* 3 *(*$(1+2+3)$*), no keď povedal číslo* 4 *autíčko odpovedalo* 2 *(*$(1+1+2)$*) a* 1*. Lolo povedal autíčku číslo* 2007*. Čo mu na to petržlenové autíčko odpovedalo?*

Ale toto vôbec nebol najzaujímavejší vynález na okolí.
Úloha 3. *V susednom kmeni, ktorý už bol na takej úrovni, že sa v ňom platilo papierovými bankovkami, nemali haliere. Zato tam mali špeciálnu mašinku, ktorá mení mince na papierové bankovky. Tento stroj najprv vhodenú sumu zaokrúhli na desiatky, potom túto získanú sumu zaokrúhli na stovky, a nakoniec ešte na tisícky. Výsledná suma je vyplatená v bankovkách. Raz sa miestny obyvateľ Hohe rozčuľoval, že ho mašinka poriadne okradla. Nasypal do nej celý svoj majetok a ona mu vrátila len približne* 69% *(zaokrúhlené na celé percentá) toho, čo do nej vhodil. Koľko korún do nej mohol Hohe nasypať?*

Prešlo pár rokov a všetci žili v pokoji a mieri. Džu však stále nebol úplne šťastný. Myslel na svoj kmeň a svoju mamu. Dúfal, že Ko jej nijako neublížil. Trápilo ho to čoraz viac, lebo už bol pomaly vo veku, keď sa mal stať náčelníkom. A hlavne bol jediný, kto vedel, že jeho otec nezomrel nešťastnou náhodou. Jedine on videl, ako ho Ko zhodil zo štvrtohorného previsu. Aj keby opustil tento kmeň, bolo by to len prvým krokom do neistej budúcnosti, lebo aj tak ani len netušil, kde by mal hľadať svoj kmeň. Na druhej strane tu chcel ostať. So Zizi si čoraz viac rozumeli a trávili spolu celé dni.

Raz večer za ním prišiel náčelník Trs: „Džu, si už členom nášho kmeňa, a tak by si mal vedieť tajomstvo našej prosperity. Pred mnohými rokmi sme našli na love mamutov obrovské zásoby medi. Je to skryté miesto a vieme o ňom iba my. Každých desať rokov sa vyberie skupina najodvážnejších bojovníkov a donesie zásoby. Zajtra ráno odchádzame.“
Džu nevedel, čo má na to povedať. Chcel, aby sa mu to všetko urovnalo v hlave, a preto si išiel zdriemnuť. Ráno ho zobudila prudká hádka: „Ale tati, prosím ťa, ja ho naozaj veľmi potrebujem? Stalo sa mojim najbližším priateľom, všetci mi ho závidia... Verím, že časom vynájdem motor a môjmu autíčku tak vdýchnem život. Prosím, dovoľ mi ho zobrať so sebou...“
„Lolo, Zizi ti ho postráži, len sa ty neboj...“ starostlivo posúdil situáciu Trs.
„Nepostráži... Jej na ňom nezáleží. Zašpinia ho. Stratí sa. Ukradnú mi ho. Zničia ho. Nebudem prvý, čo vytvorí automobil...“
Džu vyšiel zo svojho domu a zazrel Trsa, ako sa neudržal a rozosmial z rozkošnej obhajoby synčeka:„Dobre, dobre.. presvedčil si ma. Berieme autíčko, ale potom žiadne sladkosti!“
„Ale tatííííí,“ uvedomil si Lolo, o čo prichádza.
„Už som povedal... Autíčko áno, sladkosti nie!“ odsekol Trs prísnejšie, no ešte stále pobavene.
Úloha 4. *Ďalším problémom však bolo ”tankovanie” mamutov. Trs minul všetku vodu, keď dal dva mamuty plne ”natankovat”', tj. naliať im po 12 litrov do nádržky, ktorú mali upevnenú na kloch. Zrazu si však všimol, ako prvému voda vyteká. Kým k nemu dobehol a poriadne utiahol uzáver, istá časť vytiekla. Neostávalo mu nič iné, ako pretankovať z druhého mamuta tak, aby mali obaja rovnako vody. Bol mierne predvídavý, a preto to urobil takto: Od druhého mamuta prelial polovicu vody prvému a potom od prvého pätinu vody, ktorú mal po preliatí, druhému. Koľko litrov vody ostalo po nehode s uzáverom v nádržke prvého mamuta?*

Kým Trs riešil problémy s tankovaním, ostatní mali zatiaľ nabaliť potraviny.
Úloha 5. *V jaskyni so zásobami bola ešte úplná tma a nápisy na sudoch nebolo vidieť. Bojovníci vedeli len to, že v sklade je* 60 *sudov, z toho v* 16 *sudoch je sušené mäso, v* 7 *sudoch ryby, v* 17 *sudoch zemiaky, v* 11 *sudoch jablká a v* 9 *sudoch múka. Mali doniesť viac sudov s mäsom ako s rybami a viac sudov so zemiakmi ako s jablkami. Taktiež chceli, aby počet sudov so sušeným mäsom a so zemiakmi spolu bol aspoň taký, ako počet sudov s ostatnými potravinami dohromady. Minimálne koľko sudov museli chlapi z kmeňa doniesť, aby splnili svoju úlohu?*

Nakoniec všetko dobalili, vysadli na mamuty a boli pripravení na cestu. Obzreli sa za svojimi mávajúcimi rodinami a vydali sa smerom na sever. Dlho šli až k obrovskému pohoriu, kde zamierili na východ. Utáborili sa pod skupinou rozložitých dubov.
Úloha 6. *Najlepšiu ochranu vedia zabezpečiť, ak je tábor v tvare štvorca. Spred minulých rokov im však ostal vyhradený priestor v tvare rovnoramenného pravouhlého trojuholníka ABC s pravým uhlom v bode C. Organizáciou sa títo bojov-*

níci veľmi nevyznačovali, a preto nakoniec zistili, že vyhradili dva rôzne štvorcové priestory pre tábor, prvý so stranou AC a druhý so stranou AB. Bol to však chvályhodný úkon, keďže v rukách mali len kolík priviazaný na lano (ľubovoľne dlhé). Ako mohli len za pomoci tohoto náčinia vyhradiť štvorcové územie so stranou AC a ako vyhradili štvorcové územie so stranou AB?

Keď rozkladali stany, Trs poznamenal: „Mamuty sú dnes nejaké nepokojné. Je tu niečo, čo tu nemá byť. Nevadí, na mamutoch sa už aj tak ďalej nedá dostať. Zajtra ich tu necháme a budeme pokračovať pešo." Ráno sa všetci pripravili na dlhý pochod. Išli celý deň a neprestajne mali pocit, akoby ich niekto sledoval. Keď sa zotmelo, Trs povedal: „Dnes už nemôžeme ísť ďalej. Utáboríme sa." „To nebude treba..." povedal muž, čo náhle vyšiel z húštiny. Vyzeral zlovestne a nasledovalo ho asi dvadsať chlapov v kožiach šabľozubých tigrov. „Dobrý večer, Džu, dlho som ťa nevidel." Džu sa mužovi lepšie prizrel. Ostarel o pár rokov, ale bolo jasné, že pred ním stojí...: „Ko, vrah môjho otca..."

Poradie po 3.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy, **P** je prémia závislá od ročníka podľa pravidiel a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
1. – 4.	Alena Jančárová	7. C	ZNáleMI	0	5	3	5	5	5	5	30
	Jozef Lami	8. A	ZNov2KE	0	3	5	5	5	5	5	30
	Daniel Hennel	7. B	ZHutnSN	0	5	5	1	5	5	5	30
	Martin Vodička	Sekunda	GAlejKE	0	5	5	4	5	5	5	30
5.	Ladislav Hovan	9. A	ZKro4KE	0	5	4	5	5	5	5	29
6. – 8.	Ján Spišiak	Tercia	GGrösBA	0	5	4	5	-	4	5	28
	Juraj Krzeminský	9. A	ZŠmerPO	0	5	5	5	4	4	5	28
	Peter Gromóczki	9. C	ZStanKE	0	5	5	4	4	5	5	28
9. – 10.	Júlia Lengvarská	7. B	ZHutnSN	0	5	4	3	1	5	5	27
	Iveta Lederová	7. A	ZKro4KE	0	5	5	4	-	5	3	27
11. – 12.	Matúš Stehlík	Kvarta	GAlejKE	0	5	4	5	2	5	5	26
	Filip Sakala	8. C	ZDargHE	0	5	-	4	4	4	5	26
13.	Anna Janovcová	Kvarta	GAlejKE	0	5	3	5	2	5	5	25
14. – 15.	Ján Hoffmann	Kvarta	GAlejKE	0	3	2	5	4	5	5	24
	Patrícia Gribovská	8. A	ZStanKE	0	5	3	5	5	1	3	24
16. – 18.	Bibiana Kucerová	Kvarta	GAlejKE	0	5	-	2	4	5	5	21
	Katarína Gallová	9. A	ZKro4KE	0	3	3	5	-	5	5	21
	Vladimír Geľo	Tercia	ZŠverSV	0	5	3	0	1	2	5	21
19. – 21.	Dáša Krasnayová	Kvarta	GAlejKE	0	5	-	5	2	3	5	20
	Jana Zausinová	9. C	ZOkruMI	0	2	3	5	-	5	5	20
	Ján Šimko	8. C	ZŠmerPO	0	5	3	1	-	5	5	20

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
22. – 23.	Veronika Vašková	8. C	ZDargHE	0	5	3	5	2	2	2	19
	Jakub Kireš	8. B	ZStanKE	0	3	3	2	-	4	5	19
24. – 26.	Viktória Hroncová	9. A	ZKro4KE	0	5	-	4	-	4	5	18
	Viktor Futó	7. A	ZKro4KE	0	5	-	0	-	5	3	18
	Richard Pisko	7. A	ZKro4KE	0	3	4	2	-	2	3	18
27. – 28.	Daniel Till	8. A	ZAngeKE	0	3	-	4	-	5	5	17
	Martin Knapik	9. A	ZŠmerPO	0	3	3	4	5	-	2	17
29. – 31.	Katarína Buhajová	Kvarta	Z1májSV	0	5	3	0	1	2	5	16
	Monika Vagnerová	Kvarta	GAlejKE	0	5	3	-	-	3	5	16
	Daniela Gajdošová	9. C	ZStanKE	0	5	-	-	1	5	5	16
32. – 33.	Lenka Vašková	9. A	ZKro4KE	0	3	3	-	-	5	4	15
	Radka Masloviaková	Kvarta	GAlejKE	0	5	-	-	-	5	5	15
34.	Zuzana Takáčová	7. A	ZRehoKE	0	3	1	0	-	-	5	14
35.	Dominika Štofová	Kvarta A	GDaxnVT	0	5	2	-	-	-	5	12
36.	Ján Hlavačka	Kvarta	GAlejKE	0	3	-	-	-	3	5	11
37.	Mária Takáčová	7. A	ZRehoKE	0	3	1	-	-	-	3	10
38.	Katarína Knapová	7. A	ZRehoKE	0	3	1	-	-	1	1	9
39.	Simona Kažimírová	7. A	ZRehoKE	0	-	1	-	-	1	3	8
40. – 41.	Peter Kožurko	7. B	ZJuhoKE	0	-	-	0	-	-	3	6
	Štefan Šoška	7. B	ZJuhoKE	0	-	-	0	-	-	3	6
42.	Tímea Takácsová	8. A	ZStanKE	0	5	-	0	0	-	0	5
43. – 44.	Patrik Štefko	7. B	ZJuhoKE	0	-	0	-	0	1	-	2
	Jana Kušnírová	7. A	ZRehoKE	0	0	-	0	-	-	1	2

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

PERGAMON

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 4 • Letná časť 20. ročníka (2006/07) • Vychádza 25. apríla 2007
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`