

# MALYNÁR

ČÍSLO 1 — ROČNÍK 34

malynar.strom.sk



## Ahoj!

Práve sa ti dostal do rúk časopis MATEMATIKA! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si štvrták, piatak alebo šiestak, je presne pre teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým! V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na tvoje riešenia!

vedúci MATEMATIKA

## Ako bude

### *Máš problém?!*

Zduženie STROM ponúka okrem iného aj populárnu jednodňovú súťaž Máš problém?!, ktorú súťažiaci riešia v online prostredí a tentokrát sa bude konať 29.11.2024. Súťaž je určená pre žiakov 4.-9. ročníka a je bezplatná, takže sa neváhajte zapojiť. Viac informácií nájdete na <https://masproblem.strom.sk/>.

## Pravidlá súťaže

Korešpondenčný matematický seminár **MALYNÁR** je súťaž pre žiakov 4. až 6. ročníka základných škôl, resp. prímy osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší žiaci, v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako štvrtáci.

Každý ročník pozostáva z dvoch semestrov – zimného a letného – ktoré sú zakončené matematickým sústredením pre najlepších riešiteľov. Jeden semester sa skladá z dvoch sérií, z ktorých každá obsahuje 6 úloh spravidla zoradených od najľahšej po najťažšiu.

### Registrácia

Registrovať do semestra sa vieš vytvorením profilu na našej webovej stránke. Následne si vyplň povinné údaje v užívateľskom profile – Aktualizovať profil v sekcii Správa účtu. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole, v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti seminára. Prihláška je povinná pre všetkých riešiteľov seminára. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich posielal elektronicky.

Aby sme ti celý proces registrácie a vyplnenia profilu na našej stránke uľahčili, vytvorili sme na stránke [seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf](http://seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf) jednoduchý návod.

### Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovami rozhodne nešetri. Nezabúdaj, že ak má byť tvoje riešenie matematicky správne, tak musí obsahovať **presné výpočty**, takže čísla, s ktorými počítáš, nemôžu byť zaokrúhlené alebo odmerané pravítkom. Zároveň opravovateľ musí **vedieť skontrolovať** tvoje riešenie za **primeraný čas**, takže priložiť 100 000 možností vypísaných počítačom nemôžeme ohodnotiť plným počtom bodov.

Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne **MALYNÁR**.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke [malynar.strom.sk](http://malynar.strom.sk). Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20.00. Dbaj na presné

dodržanie termínu odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou, alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti budeme strhávať body). V prípade technických problémov na našej strane posielaj riešenia na e-mailovú adresu [riesenia@strom.sk](mailto:riesenia@strom.sk) s predmetom **MALYNÁR** vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20.00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený.

### *Bodovanie*

Bodovanie úloh závisí od správnosti a kvality riešenia a za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžeš získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh, preto sa neboj poslať aj svoje neúplné riešenia. Ak budú obsahovať dobré nápady, radi ti za ne dáme nejaké body.

Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- **šiestaci a príma:** všetky vyriešené úlohy,
- **piataci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus štvrtý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh,
- **štvrtáci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus druhý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh.

Tretiaci a mladší budú hodnotení rovnako ako štvrtáci.

V prípade, že nie si spokojný s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia mailom na adresu [malynar@strom.sk](mailto:malynar@strom.sk) zaslať sťažnosť a tá bude prešetrená.

### *Príklad*

Traja bratia, šiestak Vlado, piatak Jaro a štvrták Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Jaro  $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 3 = 21$  bodov a Marcel  $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 4 = 22$  bodov. Jasně, nie?

### *Riešenia po termíne*

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne.

- Do 24 hodín: udeľujeme  $2/3$  bodov zaokrúhlené nahor.
- Viac ako 24 hodín a do štyroch dní:  $1/2$  bodov zaokrúhlenú nahor.
- Viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme.

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

## *Odpisovanie*

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhľime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdeš úlohu riešenú v literatúre, uveď názov, autora a stranu, inak riskuješ stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

## *Webová stránka*

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každej úlohe je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu [malynar@strom.sk](mailto:malynar@strom.sk).

## *Sústredenie*

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Sústredenie je určené najmä pre štvrtákov až šiestakov na základných školách (a žiakov zodpovedajúcich ročníkov na viacročných gymnáziách), mladší žiaci môžu byť pozvaní ako náhradníci. V prvom rade sú pozvaní víťazi Mamuta a tí riešitelia **MALYNÁŽU**, ktorí získali v semestri aspoň 30 bodov. Ďalší účastníci sú pozývaní podľa poradia Mamuta. V prípade nízkeho počtu riešiteľov je možné pozvať na sústredenie aj riešiteľov z minulého semestra podľa poradia alebo riešiteľov, ktorí nedosiahli hranicu 30 bodov alebo riešiteľov súťaže *Máš problém?!*, ktorí sa v svojej kategórii umiestnili na jednom z prvých troch miest.

Účast na sústredeň je podmienená účasťou na celej dĺžke trvania sústredenia. O prípadnú výnimku je nutné požiadať kontaktnú osobu e-mailom alebo v prihlasovacom formulári. Kontaktná osoba túto žiadosť posúdi a v čo najbližšom čase zašle odpoveď. V prípade porušenia tejto podmienky môžu organizátori účastníka nepozvať na najbližšie sústredenie.

## *Pár dobrých rád*

Tu je zopár tipov a trikov, o ktorých si myslíme, že ti v budúcnosti pomôžu.

### *Základom je pochopiť zadanie*

Ak si už niekoľkokrát čítaš zadanie, no stále si s ním nevieš dať rady, máš tieto možnosti:

- Opýtaj sa svojich rodičov. Ver alebo nie, väčšinou ti dokážu pomôcť s pochopením zadania.
- Opýtaj sa nás. Nájdi danú úlohu na našej stránke a v sekcii diskusia sa nás môžeš opýtať. Vždy ti radi pomôžeme.

### *Skúšať, skúšať, skúšať...*

Možno to znie prekvapivo, pretože vetu „Skúšal som a vyšlo mi,“ alebo „Prišiel som na to skúšaním,“ uvidíme v tvojom riešení obvykle neradi. Ale skúsiť si dosadiť nejaké konkrétne čísla nie je vôbec zlý začiatok. Takéto dosadzovanie rôznych hodnôt, až kým nenarazíš na správny výsledok, však nie je matematický postup, ktorý by sme hodnotili veľkým počtom bodov. Je to spôsob, ktorý je tu pre teba, aby ti ukázal, o čo približne v úlohe pôjde, ak na začiatku nevieš, ako ju vyriešiť.

### *Kresliť, kresliť, kresliť...*

Ak si príklad nakreslíš, môže ti to veľmi pomôcť. Nie vždy je ľahké si úlohu predstaviť. Bude sa ti jednoduchšie rozmýšľať, ak to, čo máš napísané v zadaní, uvidíš na obrázku priamo pred sebou. Kreslenie ti ukáže nové spôsoby, ako sa na príklad dá pozrieť. Obrázok, najmä pri geometrických úlohách, však slúži iba ako pomôcka. Nespoliehaj sa pri riešení na presné rysovanie či kreslenie a radšej pripoj vysvetlenie, prečo znázornené fakty skutočne platia.

### *Aha, na niečo som asi prišiel!*

Dôležité je vysvetliť, čo to vlastne je, prečo to tak funguje a hlavne názorne ukázať, ako si prišiel na to, že je to pravda. Ak to vieš vysvetliť aj po matematickej stránke, tak je to obrovské plus. Tak totiž vzniká 9-bodové riešenie. Správne riešenie tiež musí úplne zodpovedať na otázku, na ktorú sa pýta zadanie. Ak napríklad chceme dokázať, že niečo platí pre všetky čísla, nestačí ukázať, že to platí pre 5 konkrétnych. Rovnako je dôležité dávať pozor na to, aby si vysvetlil každý krok v riešení. Pri spisovaní úlohy sa ti niektoré veci zdajú zjavné, pretože si ju už predtým vyriešil. Správne riešenie by však mal pochopiť hocikto, kto si práve prečítal zadanie.

## ***Všetko si skontroluj***

Ak si našiel výsledok, o ktorom si myslíš, že je správny a máš aj postup, ako si naň prišiel, tak tvoje riešenie je už skoro hotové. Teraz však prichádza dôležitá časť! Všetko si skontroluj! Logická či numerická chyba ostane vždy chybou, ak ju prehliadneš. Daj si tiež pozor, aby si aj napriek správne riešeniu nakoniec neodpovedal na inú otázku, než na ktorú sme sa v zadaní pýtali. Na to, aby sme riešenie vedeli opraviť, mu musíme rozumieť, preto skontroluj, či tvoje riešenie neobsahuje nejaké nevysvetlené označenia a či je čitateľné.

Ak sme ti do komentára v tvojom riešení napísali, že z tvojho riešenia nám nie je jasné, ako si postupoval, neber to tak, že sme ňa pochopiť nechceli. Riešeniam spravidla rozumieme, no plný počet dostane len ten, kto dokáže vysvetliť, prečo je správne.

## Zadania 1. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **21. októbra 2024**

*Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na [malynar.strom.sk](http://malynar.strom.sk).*

Pri riešení a spisovaní úloh prihliadaj len na informácie v zadaní konkrétnej úlohy, neopieraj sa o fakty, ktoré sa dozvieš v príbehu.

Bola raz jedna polica a na tejto polici stála stáročia jedna knižka. Na jej obale boli vyryté magické symboly, znaky a usadená hrubá vrstva prachu. Dlhé roky čakala na nového čitateľa, až sa raz jej želenia splnilo a našiel ju malý chlapec menom Ozzy. Hneď ako ju uvidel, vedel, že si ju musí prečítať. Otvoril jej staré, pozliepané stránky a začítal sa do jej čarovného príbehu.

### Úloha 1

Štyria mušketerieri Aramis, Bathos, Corthos a D'Artagnan stoja na štvorcovom námestí vydláždenom ako na obrázku. Každý z nich stojí sám na jednej dlaždici. Povedali nasledovné výroky:

- Aramis: „Stojím na dlaždici s rovnakým znakom ako Bathos, ale s Bathosom nesusedím ani stranou, ani rohom.“
- Bathos: „Nestojím v rohu. Aramisova dlaždica susedí stranou alebo rohom s dlaždicami všetkých znakov okrem toho, na ktorom stojí.“
- Corthos: „Stojím na dlaždici so štvorcom.“
- D'Artagnan: „Stojím na dlaždici s iným znakom ako Corthos a moja dlaždica susedí s Corthosovou dlaždicou stranou.“

△	×	○
○	×	△
□	□	○

Nájdite všetky možnosti rozmiestnenia mušketerierov na námestí a ukážte, že žiadne iné neexistujú.



Keď vyriešil problém z knihy, zatočil sa mu svet. Kniha začala žiariť a jej strany akoby rozvírili vzduch v miestnosti. Stránky knihy poletovali okolo Ozzyho hlavy a vír ho zrazu stiahol rovno do príbehu. Keď sa spamätal, uvidel rozprávkový svet, ktorý sa tiahol kam oko dočiahlo. Hneď vedel, že sa už nenachádza na Zemi. Pred sebou zbadal krištáľovo čistú rieku, za ktorou bola malá dedinka. Ozzy sa rozhodol, že ju navštívi.

## Úloha 2

Cez rieku bola vytvorená cestička z kameňov v tvare štvorcov a kruhov, ako na obrázku. Tabuľka pri brehu mu povedala, že na to, aby cez rieku prešiel, musí do kamienkov zapísať čísla 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 11 a 13, každé práve raz. Číslo v každom kruhovom kamienku sa rovná súčtu čísel v jeho dvoch susedných štvorcových kamienkoch. Aký je najväčší možný súčet čísel v dvoch štvorcových kamienkoch na kraji? Vysvetlite, prečo sa väčší súčet nedá dosiahnuť.



Ako vkročil do dediny, ostal v nemom úžase. Okolo neho pobehovali postavy z rozprávok, ktoré mu mamka čítala na dobrú noc. Od Martinka Klingáča cez Zlatovlásku, až po tri prasiatka. Ozzy sa zastavil až v strede námestia, aby si obzrel perníkový domček. Vtedy uvidel veľmi zvláštny pohľad. Červená čiapočka sa s vlkom rozprávala, akoby boli dlhoroční kamaráti. V rukách držali pletené košíky, ktoré mala Čiapočka pravdepodobne odnieť svojej babke.

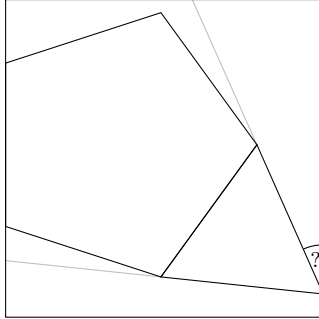
## Úloha 3

Čiapočka a Vlk majú každý svoj košík o kapacite štyroch klobás. Vkladajú do ľubovoľného z nich klobásy očíslované číslami 1 až 8, každú práve raz, až kým nebudú oba zaplnené. Čiapočka začína a v ťahoch sa striedajú, pričom Čiapočka vyhrá, ak bude väčší súčin čísel klobás v jej košíku. Vlk vyhrá, ak bude väčší súčin čísel klobás v jeho košíku. Pre ktorého z hráčov existuje výherná stratégia, a aká? Výherná stratégia je postup, podľa ktorého ak hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.

Keď si podelili klobásy, Čiapočka sa vybrala za babkou s oboma košíkmi. Vlk sa ale otočil opačným smerom a išiel ku osamelému domčeku. Už na prvý pohľad vyzeral tento domček nestabilne, lebo bol postavený zo slamy. Vyšlo z neho jedno prasiatko a začalo sa rozprávať s vlkom. Ozzy zachytil časť ich rozhovoru. Prasiatko si vopred najalo vlka. Mal zistiť, čo všetko vydrží slamený domček, aby pri prvom náznaku vetra nespadol prasiatku na hlavu. Vlk sa raz poriadne nadýchol a začal fúkať.

### Úloha 4

Domček spadol a vyvrátil sa na bok. Vnútri štvorca sa nachádza pravidelný päťuholník, ktorý zdieľa stranu s rovnostranným trojuholníkom ako na obrázku. Vypočítajte veľkosť vyznačeného uhla.



Všade poletovala slama. Prasiatko sa poďakovalo vlkovi a ihneď bežalo za bratmi, aby pozbierali drevo na nový domček. Ozzy sa rozhodol odísť, keďže ho v nose štekli kúsok trávy. Na svojej ceste začul hádku a povedal si, že pôjde za hlasmi. Tie ho zaviedli do zámockej záhrady.

### Úloha 5

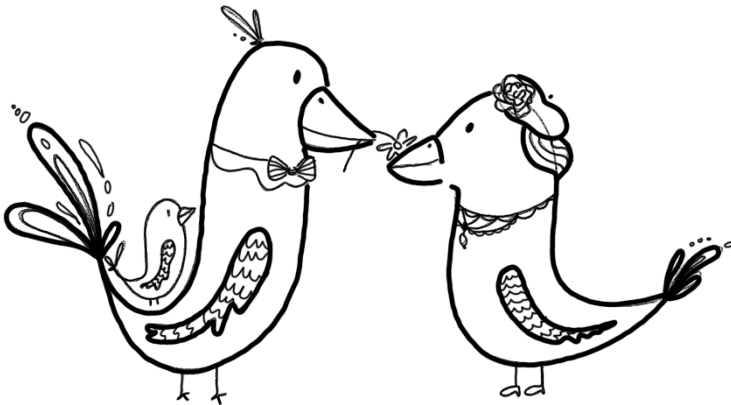
Kráľ Drozdia brada a Pyšná princezná majú v záhrade na stole 10 dukátov s číslami od 1 po 10, každý z nich je buď strieborný alebo zlatý. Dukát s číslom 5 je zlatý a aspoň jeden iný dukát je strieborný. Ak sú dva dukáty vyrobené z rôznych kovov, tak potom bude platiť, že dukát s ich súčtom je strieborný a s ich súčinom je zlatý. Akej farby sú jednotlivé dukáty? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Keďže hádka sa iba zhoršila po konci hry, Ozzy radšej išiel hlbšie do záhrady. Ako sa zapozeral na kvety, nevšimol si, že vošiel na čistinku, kde v kruhu sedeli havrany. V strede kruhu stála bosorka, ktorá držala veľkú knihu a trénovala si kúzla. Jedno obzvlášť ťažké kúzlo nasmerovala na tieto vtáčiky. Všetky vyrástli, stratili perie a ich zobáky sa zmenili na ľudské ústa. Z havranov sa stali ľudia. Všetci vyzerali skoro rovnako, akoby boli bratia. Namiesto zhavranených bratov boli v tomto obrátenom svete zbratené havrany, pomyslel si Ozzy.

## Úloha 6

V kruhu stál párny počet bratov. Jednému z nich sa magicky vo vrecku zjavila zlatá minca. Polovica z bratov nato povedala: „Mincu mám vo vrecku ja alebo jeden z mojich susedov.“ Druhá polovica bratov povedala: „Mincu nemám vo vrecku ani ja, ani žiaden z mojich susedov.“ Kolko mohlo byť dokopy bratov, ak práve dvaja z nich klamali? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Ozzy si sadol na zelenú trávu a až teraz si uvedomil, že sa nemá ako dostať domov. Jeho príjemná posteľ, jeho kamaráti aj jeho rodičia boli stále v skutočnom svete, ďaleko od neho. Začínali mu chýbať. Ozzy by sa už aj chcel vrátiť, ale vôbec nevedel, ako na to. Rozhodol sa teda, že začne hľadať cestu domov.



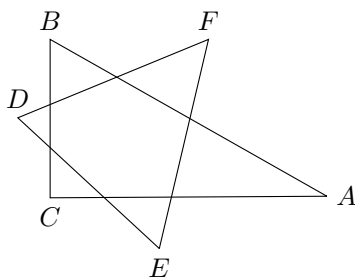
## Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do 18. novembra 2024

Ozzy dlho sedel v tichu záhrad, obklopený mlčiacimi kvetmi a mravcami. Tie síce vedeli hovoriť, no rozhodli sa smutnému chlapcovi neozvať. Keď posledný mravec vošiel do mraveniska, posledná snečnica dokončila svoje otočenie k zemi a obloha stmavla, Ozzy si povedal, že by sa mal pohnúť. Nevedel kam ísť, tak využil trik, ktorý mu mamka ukázala. Spomenul si, že najjasnejšia hviezda na nočnej oblohe by mala byť Polárka, ktorá smerovala na sever. Rozhodol sa ísť severne, a keby chcel, vráti sa späť tak, že pôjde južne. Rýchlo našiel hviezdu, ktorá podľa neho žiarila najjasnejšie. Sledoval ju dlho, až ku rieke, keď mu sama hviezda spadla z neba rovno do rúk.

### Úloha 1

Hviezda mala tvar dvoch prekrývajúcich sa trojuholníkov ako na obrázku. V trojuholníku  $ABC$  má uhol  $CAB$  veľkosť  $30^\circ$  a uhol  $ACB$  veľkosť  $90^\circ$ . Strany trojuholníka  $DEF$  vytvorili tri trojuholníky vnútri trojuholníka  $ABC$ . Tieto trojuholníky sú rovnoramenné, pričom ich základne sú časti strán trojuholníka  $DEF$  vnútri trojuholníka  $ABC$ , a ich vrcholy oproti základniám sú vrcholy  $A, B$  a  $C$ . Aké sú veľkosti uhlov v trojuholníku  $DEF$ ?



Hviezda slabo zablikala a prestala žiariť. Ozzy si trojuholníkový úlomok z nej dal do vrecka a zapozeral sa na riekku pred ním. Táto bola iná ako prvá, ktorú videl v tomto svete. Tá bola číra a bez živočíchov, zatiaľčo tá pred ním bola skoro tyrkysová a spokojne v nej plával húf žltých rýb. Jedna taká sa odpojila od ostatných a priplávala k Ozzymu. Sama sa vyšvihla na breh a čistým hlasom povedala Ozzymu: „Splním ti jedno pranie, ak pre mňa niečo urobíš!“ Ozzy sa kúsok čudoval, veď zlaté rybky by mali predsa plniť prania iba tak, a nie za odmenu. Aj tak jej odpovedal: „Dobre, urobím, čo po mne žiadaš.“

### Úloha 2

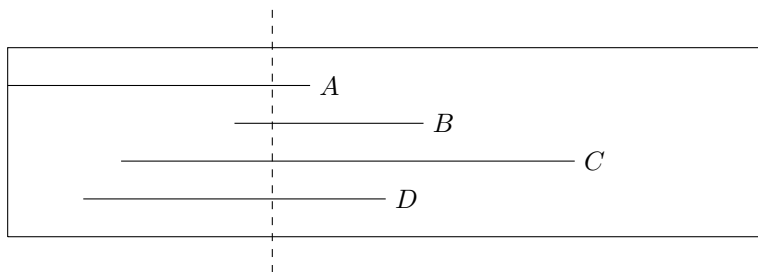
Rybčička povedala Ozzymu svoju úlohu. Päťciferné číslo  $\overline{PQRST}$  sa skladá z cifier 1, 2, 3, 4, 5. Trojciferné číslo  $\overline{PQR}$  je násobkom čísla 4,  $\overline{QRS}$  násobkom čísla 5,  $\overline{RST}$  je násobkom čísla 3. Nájdite všetky možnosti aké môže byť číslo  $\overline{PQRST}$  a ukážte, že žiadna iná možnosť neexistuje.

Po vyriešení úlohy sa ho rybka opýtala, čo si praje. „Chcem ísť domov, do skutočného sveta,“ povedal Ozzy. „To ti bohužiaľ nemôžem splniť. Nevieť posielat ľudí medzi svetmi, to vie iba magický portál. Na teraz ti ale viem opraviť tú hviezdu, ktorú máš vo vrecku. A hovoriac o portáloch, máš šťastie, jeden je neďaleko...“, rybka však nestihla dopovedať, lebo z rieky sa na nich vyvalila veľryba. Zhltla Ozzyho aj s oblečením a rybka sa mu stratila v temnote veľrybieho žalúdka. Ozzy začína panikáriť, no zrazu uvidel svetlo. Niekde na vyrobenom člne mal niekto zapálený lampáš. Ozzy sa prebrodil vodou, až kým nevidel ľudí na člne. Alebo teda človeka a bábku. Pinnochio a jeho otec sa na Ozzyho zapozerali, a hneď vedeli, že nie je z ich sveta. Vypočuli si jeho príbeh a Pinnochio mu ukázal starú a trošku nepresnú mapu.

### Úloha 3

Mapa mala tvar obdĺžnikového papiera a na nej boli nakreslené 4 cesty ako 4 čiary  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$ , ktoré sú rovnobežné so stranou obdĺžnika tak, ako na obrázku. Vieme, že platí:

- Čiara  $A$  má dĺžku 8 cm a jej ľavý okraj sa dotýka ľavého okraja papiera.
- Čiara  $B$  má dĺžku 6 cm a jej ľavý okraj je od ľavého okraja papiera vzdialený 6 cm.
- Čiara  $C$  má dĺžku 12 cm a jej ľavý okraj je od ľavého okraja papiera vzdialený 3 cm.
- Čiara  $D$  má dĺžku 8 cm a jej ľavý okraj je od ľavého okraja papiera vzdialený 2 cm.



Ak budeme postupovať, ako odporučil Pinnochio a tento papier rozstrihneme pozdĺž čiarkovanej čiary, ktorá je rovnobežná so stranou papiera, tak platí, že súčet dĺžok čiar na oboch rozstrihnutých častiach papiera bude rovnaký. Na aké dlhé časti rozdelí rez čiaru  $A$ ? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

S Pinocchiom sa Ozzy ľahko dostal až ku ústam veľryby. Ako mu bábka hovorila, ako ohnúť mapu a kde ju rozstrihnúť, nos mu iba rástol a rástol. Ozzy sa zľakol, že mu klame, no Pinocchio sa nad jeho zhrozením iba zasmial. „Mne predsa rastie nos iba vtedy, keď hovorím pravdu!“ povedal mu Pinocchio. Nato mu opäť narástol nos a nepekne pichol veľrybu zvnútra. Tá z bolesti otvorila ústa a Ozzy sa snažil rýchlo vyplávať von. Prúd vody, ktorá sa dostala dnu, ho začímal sťahovať, keď tu zrazu ho chytila ryšavá morská panna. Vyplávala s ním až na hladinu a vytiahla ho na súš. Ako rýchlo sa objavila, tak i zmizla a Ozzy sa ocitol na brehu jazera pri veľkom dome, v ktorého okne uvidel vlka hrať sa s mladým kozliatkom.

#### Úloha 4

*Mama koza odišla na nákupy a ostatných šesť kozliatok išlo do školy. Týchto šesť kozliatok sa potom postupne vracia zo školy domov v nejakom poradí. Vieme o nich toto:*

- Žiadne dve kozliatka neprišli naraz.
- Barbora môže byť doma spolu s Andrejom len vtedy, keď je tam s nimi aj Claudia.
- Dušan prišiel domov pred Ferkom.
- Edo prišiel domov až po Andrejovi.
- Edo môže byť doma spolu s Andrejom len vtedy, keď je tam s nimi aj Ferko.
- Claudia neprišla prvá a ani posledná.
- Dušan prišiel domov až po Barbore.
- Keď prišiel Dušan domov, tak tam boli už aspoň traja jeho súrodenci.

Určte všetky poradia, v akých mohli kozliatka prísť domov a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Až posledné prichádzajúce kozliatko uvidelo mokrého Ozzyho a zavolalo ho dnu. Keď sa kozliatka spýtal, či nie je nebezpečné púšťať cudzincov dnu, odvetilo mu: „Máme tu predsa vlka, ten nás ochráni. Mamka ho vždy volá strážiť nás, nikdy nás nikto nezje pokiaľ tu je.“ Ozzymu chýbali kamaráti a kozliatka vyzerali zábavne, tak vošiel. Kozliatka si rýchlo všimli, že mu vo vrecku niečo žiari. Z neho Ozzy vybral práve spadnutú hviezdu, ktorá znova svietila. Rybka mu predsalen pomohla. Potom, ako hviezdu skryl späť do vrecka, vytiahli kozliatka svojich obľúbených cínových vojačikov, aby sa zahráli s Ozzym. Vojačikovia mali zdola pečiatku s číslom, aby si kozliatka zapamätali, ktorý vojačík je ich.

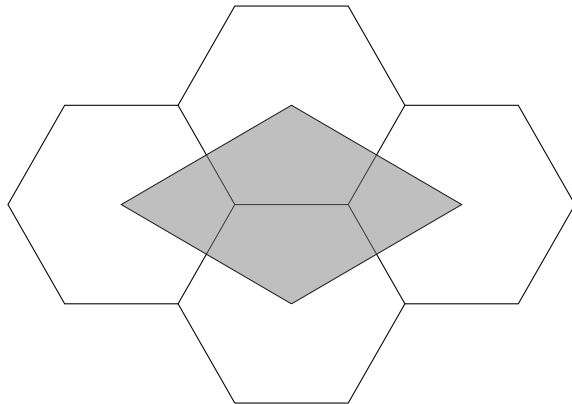
### Úloha 5

*Pritom ako postavili vojačikov do radu, tak sa na zem vedľa seba otláčilo niekoľko celých čísel. Súčet každých 7 vedľa seba napísaných čísel je párne číslo. Súčet každých 8 vedľa seba napísaných čísel je nepárne číslo. Koľko najviac čísel môže byť takto napísaných?*

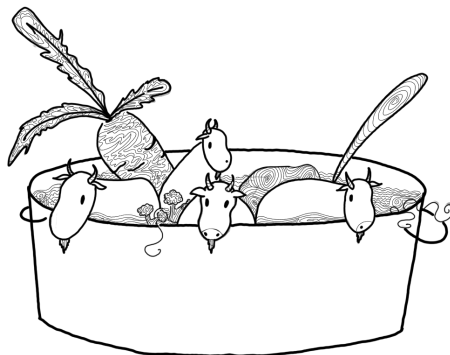
Ako sa tak hrali, uvidel ho vlk. Opýtal sa ho, čo robí v tomto svete ako ľudský chlapec v dedine zvierat a škriatok. Ozzy sa mu poťažoval, ako mu rybka nestihla dopovedať, kde je portál. Vlk mu odpovedal „Ten portál, čo ti ryba spomínala, je rovno za domom. Treba ho ale aktivovať. Nejaký zloduch, mohol to byť zlobor, alebo trol, ukradol jadro portálu. Už nefunguje.“ Ozzymu sa všetky nádeje roztrieštili a na chvíľu uvažoval, že iba ostane u kozliatok naveky. Už-už začínal zúfať, keď si spomenul na jeho vrečko. Vytiahol hviezdu a spýtal sa vlka, či by mohla fungovať ako jadro. Vlk prikývol a spolu rýchlo bežali k portálu.

### Úloha 6

*Portál je zložený zo štyroch zhodných pravidelných šesťuholníkov, ktoré sa dotýkajú ako na obrázku. Pri portáli stála tabuľka s finálnou otázkou. Koľkokrát väčší je obsah sivého štvoruholníka tvoreného ich stredmi ako obsah jedného šesťuholníka?*



Ozzy rýchlo dal hviezdu do jeho stredy a celý portál akoby ožil. Začal žiariť na fialovo a potom, ako napísal do vzduchu výsledok, sa rozvíril tak, ako keď ho uniesla kniha. Poďakoval vlkovi a poslednýkrát sa pozrel na nádherný rozprávkový svet. Tráva bola trošku farebnejšia, nebo viac modré a ľudia milší, ale skutočný svet bol jeho domov. Vstúpil do portálu. Posledná stránka knihy sa v skutočnom svete otočila a kniha ho vyhodila späť na to isté miesto, odkiaľ ho predtým zobrala. Na zadnej strane bolo v elegantnom fonte napísaných šesť slov: *Zazvonil zvonec a rozprávke bol koniec.*



<b>Názov:</b>	MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár Číslo 1 • September 2024 • Zimný semester 34. ročníka
<b>Web:</b>	<a href="http://malynar.strom.sk">malynar.strom.sk</a>
<b>E-mail:</b>	<a href="mailto:malynar@strom.sk">malynar@strom.sk</a>
<b>Riešenia:</b>	Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese <a href="mailto:riesenia@strom.sk">riesenia@strom.sk</a>
<b>Organizátor:</b>	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.*