

MALYNÁR

ČÍSLO 4 — ROČNÍK 33

malynar.strom.sk



Ahoj!

Práve sa Ti dostal do rúk časopis MALYNÁR! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si štvrták, piatok alebo šiestak, je presne pre Teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým! V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

vedúci MALYNÁRa

Ako bude

Vianočný Maxiklub

Tradične v čase Vianoc sa bude konať Vianočný Maxiklub, čo je vianočné stretnutie STROMákov! Víťaní sú všetci, účastníci, vedúci, bývalí vedúci a každý, kto má rád STROM a STROMákov. Stretneme sa 27. 12. o 15:00 na PF UPJŠ, Jesenná 5 v Košiciach. Sledujte našu stránku pre bližšie informácie!

Minisústredenia na školách

Niektoré zážitkové a vzdelávacie aktivity, ktoré robíme, by sme radi priblížili aj skupine žiakov, ktorí neriešia naše semináre v podobe krátkeho matematického sústredenia priamo v škole. V spolupráci so školami organizujeme jednodňové a dvojdňové matematické „minisústredenia“ pre 30 až 60 žiakov 5. – 9. ročníka (vždy rozsah najviac 4 ročníkov). Sústredenia prebiehajú priamo v priestoroch školy. Viac sa dozviete na <https://malynar.strom.sk/sk/aktivity/minisustredenia/>.

Prímestský matematický tábor

V lete 2024 budeme organizovať PriMaT – denný matematický tábor v Košiciach. Uskutoční sa od 15. do 19. júla. Je určený pre tohtoročných tretiakov až šiestakov. Ešte si o PriMaTe nepočul? Je to denný tábor, ktorý sa programom ponáša na naše sústredenia a tábor mladých matematikov, no nie je pobytový. Pre viac informácií sleduj našu stránku <https://malynar.strom.sk/dennytabor/>.

Pravidlá súťaže

Korešpondenčný matematický seminár **MALYNÁR** je súťaž pre žiakov 4. až 6. ročníka základných škôl, resp. prímy osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší žiaci, v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako štvrtáci.

Každý ročník pozostáva z dvoch semestrov – zimného a letného – ktoré sú zakončené matematickým sústredením pre najlepších riešiteľov. Jeden semester sa skladá z dvoch sérií, z ktorých každá obsahuje 6 úloh spravidla zoradených od najľahšej po najťažšiu.

Registrácia

Registrovať do semestra sa vieš vytvorením profilu na našej webovej stránke. Následne si vyplníš povinné údaje v užívateľskom profile – Aktualizovať profil v sekcii Správa účtu. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole, v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti seminára. Prihláška je povinná pre všetkých riešiteľov semináru. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich posielal elektronicky.

Aby sme ti celý proces registrácie a vyplnenia profilu na našej stránke uľahčili, vytvorili sme na stránke seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf jednoduchý návod.

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovom rozhodne nešetri. Nezabúdaj, že ak má byť tvoje riešenie matematicky správne, tak musí obsahovať **presné výpočty**, takže čísla, s ktorými počítaš, nemôžu byť zaokrúhlené alebo odmerané pravítkom. Zároveň opravovateľ musí **vedieť skontrolovať** tvoje riešenie za **primeraný čas**, takže priložiť 100 000 možností vypísaných počítačom nemôžeme ohodnotiť plným počtom bodov.

Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne **MALYNÁR**.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke malynar.strom.sk. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20.00. Dbaj na presné dodržanie termínu odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou, alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti budeme strhávať body). V prípade technických problémov na našej strane posielaj riešenia na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk s predme-

tom MALYNÁR vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20.00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený.

Bodovanie

Bodovanie úloh závisí od správnosti a kvality riešenia a za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžeš získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh, preto sa neboj poslať aj svoje neúplné riešenia. Ak budú obsahovať dobré nápady, radi ti za ne dáme nejaké body.

Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- **šiestaci a príma:** všetky vyriešené úlohy,
- **piataci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus štvrtý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh,
- **štvrtáci:** päť najlepšie vyriešených úloh plus druhý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh.

Tretiaci a mladší budú hodnotení rovnako ako štvrtáci.

V prípade, že nie si spokojný s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia mailom na adresu malynar@strom.sk zaslať sťažnosť a tá bude prešetrená.

Príklad

Traja bratia, šiestak Vlado, piatak Jaro a štvrták Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 3 = 21$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 4 = 22$ bodov. Jasně, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne.

- Do 24 hodín: udeľujeme 2/3 bodov zaokrúhlené nahor.
- Viac ako 24 hodín a do štyroch dní: 1/2 bodov zaokrúhlenú nahor.
- Viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme.

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdeš úlohu riešenú v literatúre, uveď názov, autora a stranu, inak riskuješ stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každej úlohe je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu malynar@strom.sk.

Sústredenie

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Sústredenie je určené najmä pre štvrtákov až šiestakov na základných školách (a žiakov zodpovedajúcich ročníkov na viacročných gymnáziách), mladší žiaci môžu byť pozvaní ako náhradníci. V prvom rade sú pozvaní víťazi Mamuta, Máš Problém?! a tí riešitelia **MALYNÁR**, ktorí získali v semestri aspoň 30 bodov. Ďalší účastníci sú pozývaní podľa poradia Mamuta a Máš Problém?!. V prípade nízkeho počtu riešiteľov je možné pozvať na sústredenie aj riešiteľov z minulého semestra podľa poradia alebo riešiteľov, ktorí nedosiahli hranicu 30 bodov.

Účasť na sústredeňí je podmienená účasťou na celej dĺžke trvania sústredenia. O prípadnú výnimku je nutné požiadať kontaktnú osobu e-mailom alebo v prihlasovacom formulári. Kontaktná osoba túto žiadosť posúdi a v čo najbližšom čase zašle odpoveď. V prípade porušenia tejto podmienky môžu organizátori účastníka nepozvať na najbližšie sústredenie.

Pár dobrých rád

Tu je zopár tipov a trikov, o ktorých si myslíme, že ti v budúcnosti pomôžu.

Základom je pochopiť zadanie

Ak si už niekoľkokrát čítaš zadanie, no stále si nevieš rady, máš tieto možnosti:

- Opýtaj sa svojich rodičov. Ver alebo nie, väčšinou ti dokážu pomôcť s pochopením zadania.
- Opýtaj sa nás. Nájdi príklad na našej stránke a v sekcii diskusia sa nás môžeš opýtať. Vždy ti radi pomôžeme.

Skúšať, skúšať, skúšať...

Možno to znie prevrapivo, pretože vetu „Skúšal som a vyšlo mi,“ alebo „Prišiel som na to skúšaním,“ vidíme v tvojom riešení obvykle neradi. Ale dosadiť si nejaké čísla nie je vôbec zlý začiatok. Takéto skúšanie (dosadzovanie) rôznych hodnôt, až kým nenarazíš na správny výsledok, však nie je matematický postup, ktorý by sme hodnotili veľkým bodovým ziskom. Je to spôsob, ktorý je tu pre teba, aby ti ukázal, odkiaľ približne „fúka vietor“, ak na začiatku nevieš, ako príklad vyriešiť.

Kresliť, kresliť, kresliť...

Kto nerád kreslí? Ak si príklad nakreslíš, môže ti to veľmi pomôcť. Nie vždy je ľahké si úlohu predstaviť. Bude sa ti jednoduchšie rozmýšľať, ak to, čo máš napísané v zadaní, uvidíš na obrázku priamo pred sebou. Kreslenie ti ukáže nové spôsoby, ako sa na príklad dá pozrieť.

Pozrimeže, na niečo som asi prišiel!

Dôležité je vysvetliť, čo to vlastne je, prečo to tak funguje a v neposlednom rade názorne ukázať, ako si prišiel na to, že je to pravda. Ak to vieš vysvetliť aj po matematickej stránke, tak je to obrovské plus. Tak sa totiž rodí 9-bodové riešenie.

Všetko si skontroluj

„Našiel som výsledok, o ktorom si myslím, že je správny, a mám aj postup. Dokonca viem vysvetliť, ako som naň prišiel.“

To si už skoro hotový. Teraz však prichádza dôležitá časť! Všetko si skontroluj, logická či numerická chyba ostane vždy chybou, ak ju prehliadneš. Daj si tiež pozor, aby si aj napriek správne mu riešeniu nakoniec neodpovedal na inú otázku, než na ktorú sme sa v zadaní pýtali.

Ak sme ti napísali, že z tvojho riešenia nám nie je jasné, ako si postupoval, neber to tak, že sme ťa pochopiť nechceli. Riešeniam spravidla rozumieme, no plný počet dostane len ten, kto dokáže vysvetliť, prečo je správne.

Zadania 1. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **11. marca 2024**

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na malynar.strom.sk.

Pri riešení a spisovaní úloh prihliadaj len na informácie v zadaní konkrétnej úlohy, neopieraj sa o fakty, ktoré sa dozvieš v príbehu.

Ráno v údolí víl bolo vskutku pokojné. Tak to ostalo až pokým nezačali makovice hrkať na oznámenie počiatku školského dňa. Otravný zvuk ako každý deň zobudil aj Huberta a jeho sestru Vandu. Obaja zaspali, a tak sa náhlili, aby stihli aspoň začiatok hodiny. Šokujúco prišli načas, keďže išli skratkou cez vodopád. Vanda ho ako vodná víla vedela na chvíľku presmerovať, a teda prišli rýchlo a hlavne sucho. Keďže ešte neprišiel učiteľ, deti naokolo si ešte čítali, klebetili, rozprávali sa a kreslili si do zošitov i po rukách. Hubert s Vandou však nemali čo robiť, lebo nerátali s tým, že stihnú dôjsť včas. Keďže sa fakt nechceli nudiť, začali si vymýšľať hru. Medzičasom prišiel aj kamarát Viktor, a tak sa do toho pustili spolu.

Úloha 1

Hubert našiel v lavici zabudnutú kocku, ktorá má na stenách ľubovoľne napísané čísla od 1 po 6, každé práve raz. Traja kamaráti sa zapozerali na kocku a všimli si, že každý ju vidí z inej strany a že každý vidí vrchnú stenu a dve susedné bočné steny. Zároveň platí, že každý z trojice vidí inú dvojicu bočných stien. Tiež si všimli, že ak sčítajú čísla, ktoré na stenách vidia, tak dostanú čísla 9, 14 a 15. Aké číslo môže byť na spodnej stene? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Hru vyhral Viktor, no z víťazstva sa dlho neradoval. Zazvonilo a prišiel učiteľ. Začal hodinu a rozprával o dôležitosti vodných víl, ale aj o tom, že tieto víly sú iba časťou ekosystému. Vanda kúsok zosmutnela. „Pán učiteľ, ale však vodné víly sú najdôležitejšie zo všetkých bytostí. Bez takých hubárikov, napríklad, by sa svet úplne v poriadku zaobišiel, ale bez vodných víl, to teda určite nie!“ Pán učiteľ jej pokojne odvetil: „Každá víla je dôležitá, Vanda. A bez takých oblačníkov a ich oblakov by sme my, víly, ani vodu nemali.“ Hubert bol na Vandu nahnevanej, za to, čo povedala. Nasrdená nálada sa s obomi ťahala až do poobedia. Vanda sa chcela bratovi ospravedlniť za jej ostré slová, tak na uzmierenie išli na zmrzlinu.

Úloha 2

Vo vílom údolí majú iba 3 typy mincí s hodnotami 2, 5 a tretiu hodnotu, ktorú Vanda práve zabudla. Vieme ale, že Hubert prvú zmrzlinu, ktorá stála 13, nevedel zaplatiť menej ako troma mincami, ale troma mincami ju zaplatiť už vedel. Takisto druhú zmrzlinu za 19 nevedel zaplatiť menej ako tromi mincami, no presne troma už áno. Aká je hodnota tretieho typu mincí? Nájdite všetky možnosti a ukážte, že žiadne iné neexistujú.

Spolu si na zmrzline súrodenci všimli, že stánok bol dnes nejaký preplnený. „Nikdy tu nebolo toľko ľudí. Čo sa stalo?“ spýtala sa už spokojná Vanda brata. „Dnes je na marec celkom teplo, možno preto.“ Hubert ukázal na teplomer na stene. Vanda s ním súhlasila a viac sa tým nezaoberali. Obaja očakávali, že o deň alebo dva neskôr začne pršať a okolie sa schladí späť na marcové teploty. Tak sa ale nestalo. Deň čo deň bolo teplejšie a dažď nikde. Vanda a iné vodné víly trpeli najviac, keďže nemali vodu. Huberta mrzelo sa pozeráť, ako zle je jeho sestry, tak začal ich vodu dávkovať.

Úloha 3

Hubert nalieval každé ráno hmlu do rozmanitých, rôzne veľkých nádob, ktoré si starostlivo zoradil na polici. Pri nalievaní postupoval postupne z jednej strany a žiadnu nádobu nepreskakoval. Do každej nádoby sa vojde aspoň liter hmly. Keby nalieval hmlu sedemdesiatlitrovou odmerkou, hmla z prvého nabratia by naplnila presne 11 nádob, hmla z druhého nabratia by naplnila presne ďalších 12 nádob a hmla z tretieho nabratia by naplnila presne ďalších 7 nádob. Ak by použil päťdesiatlitrovú odmerku, tak hmla z prvého nabratia by naplnila presne 8 nádob, z druhého nabratia presne ďalších 10 nádob, z tretieho presne ďalších 7 nádob a zo štvrtého presne ďalšie 4 nádoby. Rozhodnite, či je tridsiata nádoba v poradí väčšia ako dvadsať piata a poriadne zdôvodnite, prečo to tak musí byť.

Na štvrtý deň však i Hubertove zásoby nevystačili a Hubert musel urobiť niečo drastickejšie. Hubert vymyslel plán. Zavolať si na pomoc Leslie, lesnú vílu, ktorú strašne zaujímali oblačníci. Ako lesná víla, Leslie nemala krídla, a tak sa tam nikdy nemohla ísť pozrieť. Čo však vedela urobiť, je zájsť si do knižnice a prečítať si veci o nich. Hubert si tam našiel knihu o oblakoch. V knihe sa písalo: Oblačníci sú bytosti vytvorené z dymu, ktoré strážia svoje stáda oblakov. Čakajú, kým sa v oblaku nazbiera voda vyparovaním a potom ju zošlú na zem. Hubert teda zistil, že sa musí ísť pozrieť, čo je s oblačníkom ich údolia. Sám sa tam ale nikdy nedostane. Ako Leslie, ani Hubert nemá krídla. Viktor ho tam však ako veterná víla vie dopraviť, a tak sa Hubert ponáhlal za ním. Rýchlo ho ale zastavila knihovníčka. Hubert musel všetky knihy predsa vrátiť. Knihovníčka dala Hubertovi mapu knižnice.

Úloha 4

Mapa knižnice je štvorčeková sieť 4×4 , kde každý zo 16 štvorčekov je zafarbený práve jednou zo 4 farieb podľa toho, o akých vilách daná sekcia je: červená, modrá, zelená, žltá. Hubert vidí, že na mape je 9 rôznych 2×2 štvorcov.

- Môže mapa vyzeráť tak, že každý 2×2 štvorec obsahuje práve jeden štvorček z každej farby? Ak áno, nakreslite ako, ak nie, vysvetlite prečo.
- Môže mapa vyzeráť tak, že každý 2×2 štvorec obsahuje práve jeden štvorček z každej farby a zároveň aspoň 2 rohové štvorčeky veľkého 4×4 štvorca majú rovnakú farbu? Ak áno, nakreslite ako, ak nie, vysvetlite prečo.

Hubert už vedel, čo má robiť a po vrátení kníh to rovno všetko povedal Viktorovi. Viktor súhlasil, že ho tam zoberie. Už už išli odletieť, keď Viktorovi niečo napadlo. „Ja som zabudol náš kód!“ zvyškol. „Váš kód?“ spýtal sa Hubert. „Oblačníci celkom nemajú radi víly a iba niekoľkým z nich dajú kód, s ktorým ťa pustia cez ich Hranice oblakov.“ vysvetlil Viktor. „A nemáš ho niekde napísaný?“ skúšal Hubert. „Či nemám niekde zapísaný náš super tajný, super dôležitý kód?“ odpovedal Viktor sarkasticky. „Nie, nemám.“ Viktorovi niečo napadlo: „Je to riskantné, ale môžeme sa spýtať iných veterných víl.“ Cestou do klubovne veterných víl Hubertovi Viktor vysvetlil, že nie všetci im budú ochotní povedať pravdu a niektorí budú klamať, aby dostal zlé heslo.

Úloha 5

Zvýraznená časť zadania sa zmenila 19.12.2023

Prišli do klubovne a Viktor Hubertovi vysvetlil, že každá víla celý čas buď klame alebo hovorí pravdu. Veterné víly sa vyjadrili takto:

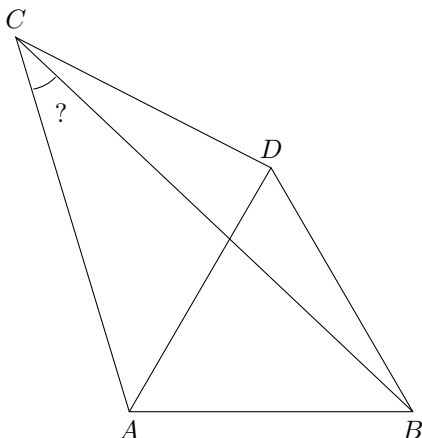
- *Anemoi*: Kód obsahuje cifru 8.
- *Boreas*: Kód obsahuje cifru 2. Dogoda klame.
- *Caelus*: Kód je číslo deliteľné 3. Kód je číslo menšie ako 90.
- *Dogoda*: Kód je číslo deliteľné 7. Klamú aspoň dvaja z nás.
- *Eurus*: *Anemoi* aj *Caelus* zároveň hovoria pravdu. Kód obsahuje cifru 9. Kód má aspoň 3 cifry.

Aký je teda kód, **ak vieme, že ide o kladné celé číslo**? Nájdite všetky možnosti a dokážte, že žiadne iné neexistujú.

Hubert s Viktorom prišli na odpoveď a rýchlo sa vydali do nebies. Preleteli cez svetlomodrá časť neba, vzduch redol, bolo teplejšie a teplejšie. Viktor bol dobrý letec a rýchlo ich dostal bližšie k oblakom, do konvalinkovo-modrej časti neba. Následne prešli cez farebnú hranicu a zrazu sa Hubertovi obloha zdala až fialová. Presvišťali cez dieru v oblakoch, kde čakal nejaký obláčik dymu. „Kód poprosím,“ prehovorila hmota. Viktor zo seba vyjachtal vyrátané heslo. Strážca sa zmenil na oblúk a Viktor s Hubertom cezeň prešli. Ocitli sa pred stádom oblakov, ktoré vyzerali ako huňaté ovce. Nikde však nebolo nič iné, nič vyzerajúce ako oblačník. Otočili sa na strážcu. „Kde je oblačník?“

Úloha 6

Strážca ukáže na niečo pripomínajúce portál v tvare trojuholníka. Označme si ho ABC . Vnútorný uhol trojuholníka ABC pri vrchole A je väčší ako 60° a vnútorný uhol pri vrchole B je menší ako 60° . Ďalej je bod D taký, že trojuholník ABD je rovnostranný. Platí, že trojuholníky ACD a BCD sú rovnoramenné a to tak, že bod D je oproti ich základniám. Určte veľkosť uhla ACB .



Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **8. apríla 2024**

Vstúpili cez portál a ocitli sa takisto v nebi, ale v inej časti zeme. Vonku už bola tma a obloha bola zafarbená na indigovo. Jej farbu porušila iba široká mliečna škvrna. Víly sa chceli priblížiť, ale odniekiaľ vystúpil ďalší strážca. Zatarasil chlapcom cestu a nechcel ich pustiť za oblačníkom. Zjavne bol celkom nahneváný, a tak sa po chvíli kričania na oblačníka vzdali. Hubertovi však napadlo: „Aj on musí mať svoj kód, s ktorým nás pustí, nie náhodou?“. Jeden ulútostený mrak im zašepkal jednu informáciu. A potom ďalší.

Úloha 1

Nakoniec si vyžobronili dokopy 3 informácie, z ktorých musia poskladať kód pre druhého strážcu. Zistili, že kód je štvorciferné číslo, ktoré musí spĺňať tieto podmienky:

1. Súčet číslíc na mieste tisícok a mieste stoviek je rovný číslu, ktoré vznikne, ak z hľadaného čísla odstránime obe prostredné číslice.
2. Súčet z prvej podmienky je menší než dvojnásobok číslice na mieste desiatok.
3. Práve jedna zo štyroch číslic hľadaného čísla je prvočíslo (prvočíslo je číslo, ktoré má práve dvoch rôznych deliteľov, a to 1 a seba samého).

Aké číslo mohlo byť hľadaný kód? Nájdite všetky možnosti.

U druhého strážcu vyskúšali všetky čísla, čo spĺňali podmienky. Viktor už strácal trpezlivosť, no Hubert mu pripomenul, že toto nerobia iba pre Vandu, ale pre celé údolie víl. Ich oblačník nevyzeral, že ho údolie veľmi zaujíma. Fascinovane sa pozeral na zem a jeho pozornosť neodpútalo ani hulákanie Huberta. Keď sa k nemu priblížil, oblačník sa opýtal: „Krásny deň mládenci, čo vás sem priviedlo?“. Hubert už išiel odpovedať, no bol prerušený: „Aj karamba, ja som sa nepredstavil! Za to sa vám, mládenci, nesmierne ospravedlňujem. Vždy zabúdam na to, ako veľmi si vy, víly, ceníte mená. Prezývajte ma Cassius.“ „Ja som Hubert a toto je Viktor,“ predstavil sa Hubert. „Teší ma, teší.“ Oblačník zablikal na perleťovo, zmenil tvar a zrazu mal iba oči všade, len nie na správnom mieste. Nastalo napäté ticho dokým si Cassius nevšimol, čo spravil. „Ach pardon, to sú tie oblačnicke pudy. Vždy to víly ohúri. Hlavne keď zdvojnásobím obsah, ako som urobil teraz!“ Hubert tomu poslednému výroku neveril. „Prerátaj si to sám, aký som obsahový teraz!“ vyzval ho Cassius a následne sa začal chichotať na vymyslenom slove obsahový. Tak si to teda Hubert išiel počítat.

Úloha 2

Oblačník Cassius je štvorec $ABCD$ so stranou dĺhou 6 cm. Body E , F a G ležia postupne na stranách AB , BC a CD , pričom platí, že $2 \cdot |EA| = |EB|$, $2 \cdot |FB| = |FC|$ a $2 \cdot |GC| = |GD|$. Cassius nadobudol tvar trojuholníka EFG . Určte obsah tohto trojuholníka.

Hubert zistil odpoveď, ale radšej sa iba zasmial na vtip oblačníka. Vedel, že treba riešiť dôležité veci. „Na tom nezáleží, prišli sme, aby ste nám vrátili vodu,“ ozval sa Hubert. „Bohužiaľ, nemôžem sa vrátiť. Ako inak by som zahliadol moju drahú rannú rosičku, môj trnitý kvet?“ odpovedal Cassius. Po chvíľke trápneho ticha sa znova ozval oblačník s úplne inou témou: „Chcete vedieť, prečo som si vybral meno Cassius? Moja pozícia sa reálne volá strážca stredozemského stáda, teda som dal tri S do môjho mena. A Ca mám z...“. Viktor ho zastavil: „Kto je tá vaša ranná rosička?“ „No predsa moja Evaline, vodkyňa tunajších víl, najlepšia svojho druhu a kráľovná môjho srdca!“ „A prečo si ju musíte získať? Nebodaj vás nechce?“ spýtal sa Hubert. „Keby len, keby, boli by sme v nebi!“ Cassius sa znova zasmial na vlastnom vtip. „Nie, nie mládenci. Ja by som od radosti umrel, keby ma čo i len mohla odmietnuť. Tak by som s ňou aspoň jedno ďalšie slovo prehodil, aspoň to jediné razantné nie!“ „My vám ju aj pôjdeme zbaľiť ak treba, len nám dajte vodu!“ zahundral Viktor. Cassiových mnoho kmitajúcich očí sa ustálilo na ňom. „Drahý chlapče, ak mi získaš jej pozornosť, aj vodopád ti dám!“ Chlapci zleteli na neznámu čistinku a išli do najbližšej dedinky víl. Rýchlo však zistili, že obyvatelia sú voľajakí zvláštni.

Úloha 3

Stretli 31 dedinčanov a medzi nimi si všimli 3 skupiny - pravdovravci, klamári a premenliví. Pravdovravci vždy hovoria pravdu, klamári vždy klamú a premenliví si v prvej odpovedi vyberú, či hovoria pravdu alebo klamú a odvtedy to robia na striedačku. Chlapci sa najprv ale museli uistiť, kto je pravdovravec, klamár a premenlivý, takže sa ich všetkých spýtali 3 otázky v tomto poradí: Na otázku „Si pravdovravec?“ dostali 22 odpovedí áno. Na otázku „Si premenlivý?“ dostali 15 odpovedí áno a na otázku „Si klamár?“ dostali 7 odpovedí áno. Koľko je pravdovravcov, koľko klamárov a koľko premenlivých v Evalininej dedine?

Keď už zistili, kto klame a kto nie, tých, čo hovorili pravdu sa spýtali pár otázok o ich veliteľke. Dedinčania nemali veľmi čo povedať, okrem toho, že Evaline bola dobrá kráľovná a nikto sa po nej už dlho nepýtal. Tak sa chlapci rozhodli, že sa treba ísť spýtať rovno nej. Počas cesty cez dedinu si všimli, že všade prosperovala príroda, túto krajinu Cassius nezanedbal. Viktorovi sa iba zhoršila nálada, takže celú cestu oblačníka preklíňal za to, že je nezodpovedný. Hubert sa radšej zdržal komentárov. Keď došli k bránam, zastavil ich ďalší strážnik. Tých už mal Hubert dosť. Ak by aj tento chcel kód... Ešteže nechcel a vpustil ich dnu. Evaline, vília kráľovná, ich privítala ako pravá víla, pohostinne. Keď si popýtali audienciu, posadila ich za stôl. „Všetci čo chcú audienciu si musia zahrať túto hru,“ povedala im. Hra znela nasledovne.

Úloha 4

Na stole je 20 drahokamov. Dvaja hráči hrajú hru a striedajú sa v ťahoch. Hráč vo svojom ťahu musí zobrať aspoň 1 a zároveň menej ako polovicu zo zostávajúcich drahokamov. Hráč, ktorý nemôže urobiť ťah podľa pravidiel, prehral. Pre ktorého z hráčov existuje výherná stratégia a aká? Výherná stratégia je postup, podľa ktorého, keď jeden hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.

Hubert ale nemal čas zamýšľať nad stratégiou, príliš rýchlo sa začala hra a bohužiaľ ich jedinú hru prehral. Evaline sa prefíkane usmiala a posunkom ukázala, že môžu, alebo skôr by mali, odísť. Hubert však mal jedno eso v rukáve: „Povedali ste, že si máme iba zahrať. Nevraveli ste nič o výhre.“ Evaline na chvíľu zastala. Hubert sa bál, že ich aj tak vyhodí a ich údolie navždy ostane suché. Bál sa, že jeho trik zamietne, keďže to technicky bolo v jej moci. Ona sa však usmiala viac a vyzerala spokojná s inteligenciou jej hostí. „Tak, čo vás sem teda prináša?“ Evaline ich úpenlivo počúvala, ako vysvetľujú ich príbeh. „Ach Cassius. Mój drahý starý sebecký somár. To by mali byť tie tri S v jeho mene. Ale nie sú a on nie je reálne môj. Drží nás od seba Hranica oblakov a úloha, ktorú mi dal boh vetra. Tomu sa teda nepáčilo, že sme zaľúbení! Cassius mi posielal jeho jemné jarné dažde a ja som vztyčila najkrajší strom mesta. Skoro až k nemu, skoro až do nebies.“ Kráľovná sa odmlčala. „Aká úloha?“ vyzvedal Hubert. Evaline mu povedala to, čo jej povedal boh vetra:

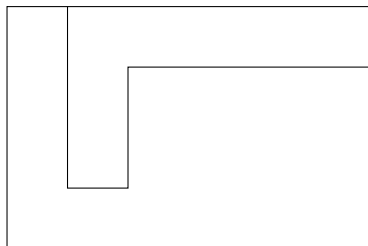
Úloha 5

Máš 5 kladných celých čísel. Keď ich sčítaš po dvoch všetkými možnými spôsobmi, vytvoríš 10 čísel. Kráľovná mala nájsť také čísla, pre ktoré by tých 10 čísel bolo po sebe idúcich. Hubert to skúšal, no nešlo to. Dokáž, že týchto 10 čísel nemôže byť 10 po sebe idúcich čísel.

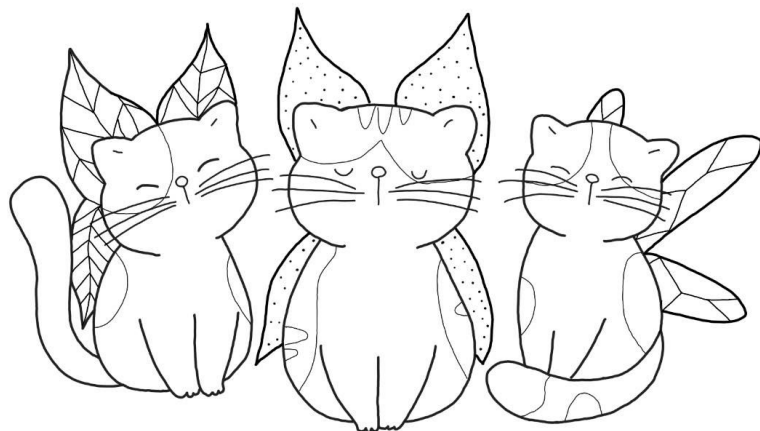
Hubert našiel dôkaz a povedal Viktorovi: „Počúvaj Viktor, musíme ísť za bohom vetra a dokázať mu, že to nejde.“ „Hubert, ale to je pointa! Nikdy sa už nemajú stretnúť. Tak to boh vetra vymyslel.“ Hubert sa už ale rozhodol. To nemôže nechať tak. Obrátil sa na Evaline: „Neviete nám aj tak nejako pomôcť? Nemôžeme mu odovzdať správu, alebo podať mu list?“ „Ak by ste chceli vysloviť nejaké moje slová, odľúkol by ich vietor. Ak by ste mu chceli dať list, vychytil by vám ho z rúk.“ odhovárala Huberta Evaline. „Chcem vám pomôcť, Hubert, ale je veľmi málo toho, čo som už neskúšala.“ Hubert sa ale zaťal. On pomôže aj Evaline, aj Vande, aj svojmu údoliu! Aj keby mal obísť samotného boha vetra, keďže zjavne to bol iba nejaký zatuchnutý chudák, čo nevedel vystáť mladú lásku! Hubert ukázal na prsteň na Evalininej ruke „Dajte vytvoriť druhý taký a ja ho donesiem Cassiovi! Ako znak vašej lásky.“ Evaline Huberta poslúchla a išla z jej drahokamov vybrať najväčší, aby preukázala svoju večnú lásku. Jeden čo sa jej pozdával bol v tvare obdĺžnika.

Úloha 6

Drahokam v tvare obdĺžnika je rozdelený na osemuholník a šesťuholník ako na obrázku (pozor, obrázok je iba názorný, jednotlivé dĺžky nezodpovedajú skutočnosti). Strany osemuholníka majú veľkosti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8 v nejakom poradí. Nájdite maximálny možný obsah šesťuholníka za týchto podmienok.



Evaline našla najväčší možný drahokam a nechala ho vsadiť do obrúčky. Hubert s Viktorom rýchlo odišli z palácu. A zjavne boh vetra nepočítal s tým, že by sa nejaký hubárik odváži pomôcť páru, keďže bezpečne prsteň doniesli oblačníkovi. „Máme niečo pre teba, Cassius. Ale dám ti to, až keď slúbiš, že sa vrátiš späť tam, kde si potrebný aspoň raz za týždeň.“ Povedal Hubert odvážne. Cassius pritakal a Hubert mu podal prsteň. Hneď sa mu rozžiarilo všetkých 16 očí a celé jeho belasé telo chytilo rumenec. Párkrát sa otočil okolo svojej osi od radosti ako cyklón. Spokojný Cassius ich zoslal na zem aj s dažďom. Zvuky dažďa prilákali víly von a ľudia vyšli z domov, aby uvideli tento zázrak. Viktor, nový hrdina, sa pýšil pred kamarátmi. Premočený a unavený Hubert sa radšej iba vybral domov. Bolo mu ľúto, že Evaline nepomohol. Niekedy, keď na to nájde odvahu, kamarátov i čas, vydá sa i za tým dobrodružstvom, za bohom vetra. No nateraz bol Hubert iba šťastný, že je späť. Doma povedal Hubert iba jedinou vec o jeho dobrodružstve Vande: „Zjavne sú aj hubárikovia dôležití, Vanda.“



- Názov:** MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 4 • December 2023 • Letný semester 33. ročníka
- Web:** malynar.strom.sk
- E-mail:** malynar@strom.sk
- Riešenia:** Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese riesenia@strom.sk
- Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.