

# MALYNÁR

ČÍSLO 6 — ROČNÍK 30 ————— malynar.strom.sk



## Ahoj!

Je tu ďalší časopis MATEMATIKA, ktorý prináša vzorové riešenia druhej série. Okrem toho, že je posledný v tomto semestri, je výnimočný aj tým, že s ním prichádzajú aj pozvánky pre tých najšikovnejších z vás. Tí sa môžu tešiť na odmenu vo forme týždňového netradičného sústreduenia v obklopení skvelými účastníkmi a vedúcimi (samozrejme, ak to aktuálna situácia dovoľí). Ak sa ti tam tentoraz nepodarilo dostať, nezúfaj. Pevne veríme, že nabudúce sa s Tebou uvidíme!

vedúci MATEMATIKA

## 2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám ako sme my (dokonca niektorí až 3%).

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredueniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústreduenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispedia k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia <https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/> a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na [info@strom.sk](mailto:info@strom.sk).

Ďakujeme!

## Tábor mladých matematikov

Čo by to boli za prázdniny bez TMMka? To veru nevieme. No sme si istí, že tento rok to určite zistíte nechceme! Preto aj tento rok chystáme pre budúcich siedmakov ZŠ až budúcich druhákov SŠ Tábor mladých matematikov, ktorý sa bude konať **23. - 30. augusta 2021 v ŠvP Detvianska Huta!**

Pýtaš sa, čo je to TMM? Ide o 8-dňový pobyt nabitý zaujímavým programom, v ktorom nesmie chýbať zábava, matematika a príjemná spoločnosť. Pozvánku s podrobnými informáciami a prihlášku nájdeš na našich webových stránkach. Nezabudni však, že kapacita je obmedzená, preto s prihlásením nečakaj na poslednú chvíľu. Tešíme sa na Teba!

## Vzorové riešenia 2. série úloh letného semestra

1

opravovali: **Timka Szöllősová** a **Lubo Vargovčík**  
najkrajšie riešenia: Stanislav Beneš a Timotej Války

29 riešení

### Zadanie

Dalibor sa snaží zistiť číslo domu hostinca. Okolopopíjajúci o ňom povedali nasledovné:

- Peťo: Číslo je násobkom 3.
- Kubo: Číslo je násobkom 6.
- Martin: Číslo je násobkom 2.
- Dano: Číslo je násobkom 4.
- Spišo: Číslo je väčšie ako 10.

Prezradili ešte, že práve jeden z nich nehovoril pravdu. Kto to bol? Najmenšie číslo, ktoré spĺňa štyri z uvedených výrokov a jeden nespĺňa, je číslo hostinca. Aké číslo má hostinec?

### Riešenie

Pozrime sa najprv na Peťovo tvrdenie. Peťo vraví, že číslo hostinca je násobkom 3. Ak by Peťo klamal, musel by klamať aj Kubo, ktorý vraví, že číslo hostinca je násobkom 6 (keďže násobok 6 je zároveň násobkom 3). To už by klamali dvaja ľudia a zo zadania vieme, že môže klamať len jeden, čiže takýto prípad nevyhovuje.

Podobne to platí aj s Martinom a Kubom. Ak by klamal Martin, Kubo by nemohol povedať, že číslo je násobkom 6 (keďže nie je násobkom 2), a teda by klamali obaja, čo sa stať nemôže.

Ak by klamal zas Kubo, číslo by nebolo deliteľné šiestimi, teda by nemohlo byť deliteľné 2 a 3 zároveň, čiže aspoň jeden z dvojice Martin a Peťo by musel klamať tiež, čo nejde. Z toho vyplýva, že ani jeden z trojice Peťo, Kubo, Martin klamať nemôže.

Klamať teda musí buď Dano, alebo Spišo. Ak by klamal Spišo, číslo hostinca by muselo byť menšie alebo rovné 10 a zároveň deliteľné 2, 3, 4 a 6. Najmenšie číslo s takými deliteľmi je 12, čo zjavne nie je menšie ani rovné 10.

Klamať teda musí Dano, čo znamená, že číslo hostinca je väčšie ako 10 a je deliteľné číslami 2, 3 a 6 a nie je deliteľné 4. Najmenšie číslo spĺňajúce tieto podmienky je 18, čo je teda číslo hostinca.

## Komentár

Všetci, ktorí ste úlohu odovzdali, ste sa dopracovali k správne mu výsledku, problémom bývalo popísať postup. Niektorí z vás ste sa s tým "nekašľali" a vyskúšali ste všetky možnosti. Samozrejme takéto riešenie je správne, pokiaľ ste vyskúšali naozaj všetky. Preto, ak si neviete rady s nejakou úlohou, v ktorej nie je až tak veľa možností, ich jednoducho všetky vyskúšajte ;) Avšak zrejme sa vám to nebude chcieť aj ak bude možností povedzme 2874 – preto je dobré sa vždy najskôr zamyslieť nad tým, ako úlohu vyriešiť "pekne" a až potom ju riešiť hrubou silou. :)

2

opravovala: **Kristín Mišlanová**

najkrajšie riešenie: Hanka Erdélyiová

29 riešení

## Zadanie

Pomocníci chodia na vodu k potoku. Vedierko každého z pomocníkov je inak veľké: majú objemy 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 litrov. Pomocníci si vedierka medzi sebou nepožičiavajú a vždy ich prinesú úplne plné vody.

- Števo prinesie vo svojom vedierku viac vody ako Samo.
- Matúš by musel ísť po vodu trikrát, aby prinesol práve toľko vody, koľko Erik v jednom svojom vedierku.
- Jančiho vedierko je len o dva litre väčšie ako Samovo.
- Sám Lubo prinesie toľko vody, koľko Matúš a Samo dokopy.
- Keď idú po vodu Janči a Lubo, prinesú rovnako veľa vody ako Kubo, Števo a Samo dokopy.

Koľko vody prinesú Števo a Lubo dohromady?

## Riešenie

Pozrime sa na druhý výrok, ktorý nám hovorí, že Erikovo vedierko je trikrát väčšie ako Matúšovo. Medzi veľkosťami 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 litrov je jediná dvojica, ktorá spĺňa našu podmienku, a to keď má **Erik 9-litrové** a **Matúš 3-litrové** vedierko. Ak by mal Matúš väčšie vedierko, tak potom trojnásobok by už bolo číslo väčšie ako 9, a teda by sme nemali správne vedierko pre Erika.

Teraz sa pozrieme na štvrtý výrok. Lubo prinesie toľko vody, koľko Matúš a Samo dokopy. Už vieme, že Matúš prinesie 3 litre. To znamená, že Lubo prinesie o 3 litre viac ako Samo. Potom máme dve možnosti: Samo prinesie 4 litre a Lubo 7 litrov alebo Samo prinesie 5 litrov a Lubo 8 litrov. Viac už Samo priniesť nemôže, pretože potom by Lubo musel doniesť 9 a viac litrov, lenže 9-litrové vedierko je už obsadené Erikom a väčšie vedierka nemáme.

Máme teda 2 možnosti:

1. Samo 4-litrové, Lubo 7-litrové vedierko

- Jančiho vedierko je o 2 litre väčšie ako Samove. To znamená, že Jančiho bude 6 litrové.
- Pre Števa a Kuba nám ostalo 5-litrové a 8-litrové vedierko.
- Keď idú po vodu Janči a Lubo, prinesú rovnako veľa ako Kubo, Števo a Samo dokopy. My vieme, že Janči a Lubo prinesú  $6 + 7 = 13$  litrov a Kubo, Števo a Samo prinesú  $5 + 8 + 4 = 17$  litrov. Táto možnosť nevyhovuje.

2. Samo 5-litrové, Lubo 8-litrové vedierko

- Jančiho je znova o 2 litre väčšie ako Samovo, a teda **Jančiho je 7-litrové**.
- Števo prinesie viac ako Samo. Jediné väčšie vedierko ako 5-litrové už ostalo len **6-litrové pre Števa**.
- Posledné vedierko ostalo **4-litrové pre Kuba**.
- Určili sme to tak, že prvé štyri podmienky platia. Overíme, že platí aj posledná. Janči a Lubo donesú spolu  $7 + 8 = 15$  litrov a Kubo, Števo a Samo prinesú  $4 + 6 + 5 = 15$  litrov. Táto možnosť teda vyhovuje.

Števo a Lubo dohromady prinesú  $6 + 8 = 14$  litrov.

### **Komentár**

Väčšina z vás vyriešila úlohu správne a aj naozaj pekne vysvetlila svoj postup, za čo vás veľmi chválím (: Tých pár z vás, ktorí nemali plný počet bodov, buď nevysvetlili úplne celý svoj postup, alebo zabudli na niektorú z možností. Ak napríklad ukážete, že Lubo môže mať 7- alebo 8-litrové vedierko, a zistíte, že 8 vyhovuje, tak nemôžete v tomto bode prestať. Je potrebné rozobrať aj prípad, ak má 7 litrov, pretože čo ak by mala úloha viac riešení?

**3**

opravovala: **Janka Baranová**  
najkrajšie riešenia: všetky 9-bodové

28 riešení

### **Zadanie**

Nezbedník písal na tabuľu do radu čísla. Začal tým, že napísal 5 a 17. Potom pokračoval nasledovne: Ak bolo posledné napísané číslo deliteľné 3, tak ako ďalšie číslo napísal tretinu tohto posledného čísla. Inak napísal súčet posledných dvoch čísel, ktoré boli na tabuľi. Aké číslo napísal ako 157.?

## Riešenie

Úlohu začneme riešiť tak, že si napíšeme čísla rovnako, ako to robil nezbedník.

1. Začal číslom 5.
2. Potom napísal číslo 17.
3. Číslo 17 nie je deliteľné 3, preto napísal číslo  $5 + 17 = 22$ .
4. Číslo 22 nie je deliteľné 3, preto napísal číslo  $17 + 22 = 39$ .
5. Číslo 39 je deliteľné 3, preto napísal číslo  $39 : 3 = 13$ .
6. Číslo 13 nie je deliteľné 3, preto napísal číslo  $39 + 13 = 52$ .
7. Číslo 52 nie je deliteľné 3, preto napísal číslo  $13 + 52 = 65$ .
8. Číslo 65 nie je deliteľné 3, preto napísal číslo  $52 + 65 = 117$ .
9. Číslo 117 je deliteľné 3, preto napísal číslo  $117 : 3 = 39$ .

Pozrime sa teraz na to, že číslo 39, ktoré sme napísali ako deviate v poradí, sme taktiež už napísali ako štvrté v poradí. Čo to znamená? Keďže číslo 39 je deliteľné 3, tak za týmto číslom bude vždy napísané číslo  $39 : 3 = 13$ . Rovnako za číslom 13, bude vždy napísané číslo  $39 + 13 = 52$ , keďže číslo 13 nie je deliteľné 3 a pred týmto číslom je číslo 39. Rovnako potom bude vždy nasledovať 65, 117 a potom znovu 39, atď. Je to taktiež preto, že číslo, ktoré ako nové napíšeme na tabuľu, závisí maximálne od 2 predchádzajúcich čísel (ak je deliteľné tromi, tak od jedného; ak nie je deliteľné tromi, tak od dvoch čísel). Je dôležité spomenúť, prečo vždy, keď sa objaví číslo 39, tak sa objavia aj ďalšie rovnaké čísla.

Všimnime si teda, že na začiatku máme 3 čísla – 5, 17, 22 a potom máme päťicu čísel 39, 13, 52, 65 a 117, ktorá sa stále opakuje. Našou úlohou je zistiť 157. číslo v poradí. Môžeme sa na to pozrieť dvoma spôsobmi (oba ste použili vo svojich riešeniach):

1. Keďže hľadáme 157. číslo a vieme, že prvé tri sa neopakujú, tak tieto 3 čísla odčítame, a teda hľadáme 154. číslo v poradí v našom opakujúcom sa rade 5 čísel.  $154 : 5 = 30$  zv. 4, teda naša päťica sa napíše 30-krát a ostanú nám 4 čísla, ktoré ešte nezbedník napíše. Štvrté číslo z päťice, ktoré napíše, je 65, a to je 157. číslo v poradí celkovo.
2. Pozrime sa na to, že číslo 39 sme napísali ako štvrté v poradí, potom deviate a takto sa to bude ďalej po päťiciach opakovať (keďže sa naša päťica stále opakuje), teda znovu ho napíšeme ako 14., 19., atď. Preto číslo 39 napíšeme aj ako 154. v poradí. Ako 155. bude číslo 13, 156. bude 52 a nami hľadané 157. číslo je 65.

Oboma prístupmi sme prišli na správnu odpoveď, a to, že nezbedník napísal na tabuľu číslo 65 ako 157. v poradí.

### **Komentár**

S úlohou ste sa veľmi dobre popasovali a väčšina z vás dospela k správnejmu výsledku. Body som strhávala hlavne za nevysvetlenie toho, prečo sa päťica čísel 39, 13, 52, 65 a 117 bude stále opakovať. Niektorí ste opäť zabudli na to, že za správne riešenie bez postupu nemôžete dostať veľa bodov. Ale tentokrát vás bolo iba pár, vidno, že sa rýchlo učíte :)

4

opravovali: **Kubo Farbula a Gabča Genčiová**

najkrajšie riešenie: Timotej Války

22 riešení

### **Zadanie**

Elfovia mali 2 hracie kocky, jednu červenú a jednu modrú. Na rozdiel od normálnych kociek na nich neboli čísla od 1 do 6. Na červenej kocke boli čísla 1, 2, 2, 3, 3, 4. Na modrej kocke bolo 6 celých čísel väčších ako 0. Vieme, že každý súčet dvoch čísel na týchto dvoch kockách môže elf hodiť rovnako veľa spôsobmi ako keby tieto kocky mali na stenách klasicky čísla od 1 do 6. (Napríklad súčet 4 vieme dvoma klasickými kockami hodiť ako  $1+3$ ,  $2+2$  a  $3+1$ . Musia teda existovať práve 3 spôsoby ako hodiť súčet 4 aj našimi elfskými kockami – červenou a modrou.) Aké čísla boli na modrej kocke?

### **Riešenie**

Najprv potrebujeme zistiť, aké súčty môžeme dostať na dvoch klasických kockách a kolkými spôsobmi ich vieme hodiť. Znázorníme si to v tabuľke:

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>	2	3	4	5	6	7
<b>2</b>	3	4	5	6	7	8
<b>3</b>	4	5	6	7	8	9
<b>4</b>	5	6	7	8	9	10
<b>5</b>	6	7	8	9	10	11
<b>6</b>	7	8	9	10	11	12

Teraz môžeme zistiť, kolkokrát vieme ktorý súčet dostať pri hode dvomi kockami.

súčet	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
počet možností	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

Môžeme si všimnúť, že na modrej kocke sa musia nachádzať čísla od 1 do 8. Číslo 1 potrebujeme na to, aby sme mohli hodiť najmenší súčet 2 ( $1 + 1$ ) a číslo 8 potrebujeme, aby sme mohli hodiť najväčší súčet 12 ( $4 + 8$ ), keďže najväčšie číslo na červenej kocke je 4. Ak by sa na modrej kocke nachádzalo číslo mimo tohto rozpätia, vedeli by sme kockami hodiť súčet, ktorý nevieme hodiť obyčajnými hracími kockami. Taktiež vieme, že **čísla 1 a 8 sa musia na modrej kocke nachádzať práve raz**, pretože potom by sme vedeli súčty 2 a 12 hodiť viacerými spôsobmi, čo klasickými kockami nejde.

Na červenej kocke máme 2-krát číslo 3, čo nám spolu s číslom 8 vytvára 2 spôsoby ako hodiť súčet 11. Na červenej kocke máme taktiež 2-krát číslo 2, ktoré spolu s číslom 1 na modrej kocke vytvára 2 spôsoby ako hodiť súčet 3. Z toho vyplýva, že sa na modrej kocke nemôžu nachádzať čísla 2 a 7, lebo inak by sme vedeli súčty 3 ( $2 + 1$ ) a 11 ( $7 + 4$ ) hodiť viacerými spôsobmi ako na normálnych hracích kockách, a keďže čísla 1 a 8 sa musia nachádzať na modrej kocke, tak 2 a 7 sa nemôžu.

Zostali nám ešte čísla 3, 4, 5 a 6, ktoré by sa mohli nachádzať na zvyšných štyroch stenách. Problém je v tom, že nevieme, či sa tam budú nachádzať všetky štyri zvyšné, alebo sa nejaké z nich bude opakovať.

My už vieme, že s číslami 1 a 8 sme dokázali hodiť súčty 2 a 12 jedným spôsobom a 3 a 11 dvomi spôsobmi, čo odpovedá tomu, keď hádzeme klasickými hracími kockami.

Podme teda ďalej a pozrime sa teraz na súčet 4. Máme ho hodiť tromi spôsobmi a aktuálne ho vieme hodiť dvomi – ako  $1 + 3$ . Keďže vieme, že najmenšie číslo, ktoré môžeme na modrú kocku pridať, je 3, tak to musí byť práve toto číslo, aby sme s nejakým číslom z červenej kocky (1) hodili súčet 4. **Preto tretie číslo na červenej kocke je 3.**

Ďalej sa zameriame na súčet 10. Opäť už máme dva spôsoby, ako hodiť súčet 10, a to  $8 + 2$ . Potrebujeme teda ešte jeden spôsob. Keďže vieme, že najväčšie číslo, ktoré **môžeme na modrú kocku doplniť, je 6**, tak to znamená, že je to práve ono, aby s najväčším číslom 4 z červenej kocky tvorilo súčet 10.

Takto pokračujeme ďalej so súčtom 5. Máme už 3 možnosti, ako to urobiť –  $1 + 4$  a 2-krát  $3 + 2$ , teda jedna možnosť nám stále chýba. Mohli by sme do súčtu 5 doplniť čísla 3 alebo 4 (väčšie už nie, lebo na červenej kocke nie je ani číslo 0, ani záporné číslo). Avšak 3 nevyhovuje, lebo by sme súčet 5 dostali hneď 2-krát –  $3 + 2$  (lebo 2 sa nachádza na červenej kocke 2-krát). **Preto ďalším číslom je 4.**

Nakoniec súčet 9. Máme už  $8 + 1$  a 2-krát  $6 + 3$ , teda dokopy 3 možnosti, a my potrebujeme 4. Čísla 3 ani 4 použiť nemôžeme, lebo s najväčším číslom 4 to nevytvorí súčet 9. Číslo 5 vyhovuje a číslo 6 by nám súčet 9 pridalo hneď 2-krát  $6 + 3$ , čo nechceme. **Preto posledným číslom je 5.**

Na záver ešte skontrolujme, že nám počty všetkých súčtov sedia, a teda môžeme skonštatovať, že na modrej kocke sa musia nachádzať čísla 1, 3, 4, 5, 6, 8.



### Komentár

Väčšine z vás sa podarilo vyriešiť úlohu správne a bez problémov, a preto mnoho z vás ani nestratilo body. Najčastejší dôvod, prečo sme strhávali body, bolo to, že ste úlohu riešili tak, že postupne skúšate, ktoré čísla vám sedia. V takom prípade treba ukázať, že to je jediné riešenie a iné čísla sa na kocke nemôžu nachádzať.



5

opravovali: **Ján Richnavský** a **Erik Novák**

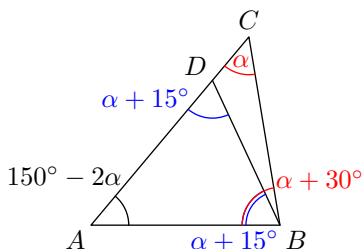
najkrajšie riešenie: Danka Tkáčová

22 riešení

### Zadanie

Mapa trasy bola v tvare trojuholníka  $ABC$  v ktorom platí, že  $|AC| > |AB|$ . Na jeho strane  $AC$  sa medzi bodmi  $A$  a  $C$  nachádza mesto  $D$  tak, aby platilo  $|AB| = |AD|$ . Vieme navyše, že rozdiel uhlov  $ABC$  a  $ACB$  je 30 stupňov. Zistíte veľkosť uhla  $CBD$ .

### Riešenie



Označme uhol  $ACB$  ako  $\alpha$ . Potom zo zadania vieme, že uhol  $ABC$  má veľkosť  $\alpha + 30^\circ$ . Súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je  $180^\circ$ . Preto veľkosť posledného uhla v trojuholníku  $ABC$  (uhla  $CAB$ ) bude  $180^\circ - \alpha - (\alpha + 30^\circ) = 150^\circ - 2 \cdot \alpha$ .

Keďže  $|AB| = |AD|$ , vieme, že trojuholník  $ABD$  bude rovnostranný so základňou  $BD$ . V rovnostrannom trojuholníku majú uhly pri základni rovnakú veľkosť. Keďže súčet vnútorných uhlov musí byť  $180^\circ$  a veľkosť uhla  $CAB$  máme vyjadrenú, zvyšné dva uhly budú mať spolu veľkosť  $180^\circ - |\sphericalangle CAB| = 180^\circ - (150^\circ - 2 \cdot \alpha) = 2 \cdot \alpha + 30^\circ$ . Uhly  $ABD$  a  $ADB$  sú kvôli rovnostrannému trojuholníku zhodné, a keďže majú spolu túto veľkosť, každý z nich bude mať veľkosť polovicu z toho, teda  $(2 \cdot \alpha + 30^\circ) : 2 = \alpha + 15^\circ$ .

Z obrázka vidíme, že veľkosť uhla  $CBD$ , ktorú hľadáme, je rozdielom uhlov  $ABC$  a  $ABD$  v tomto poradí. Keďže uhol  $ABC$  má veľkosť  $\alpha + 30^\circ$  a uhol  $ABD$  má veľkosť  $\alpha + 15^\circ$ , tak vieme, že rozdiel medzi nimi je  $15^\circ$ , čo je našim riešením.

### Komentár

Väčšina riešiteľov sa dopracovala k správnejmu riešeniu, či už spôsobom popísaným vo vzorovom riešení, alebo úplne iným, niekedy inovatívnejším a zaujímavejším spôsobom :). Riešitelia, ktorí neboli pri tejto úlohe až takí úspešní, nezúfajte – ak najbližšie nebudete až tak šetriť slovami a všetko, čo napíšete, nám poriadne zdôvodníte, tak nabudúce získate určite viac bodov! :)

6

opravovali: **Viki Brezinová** a **Števo Vašak**

najkrajšie riešenie: Hana Ihnátová

21 riešení

### Zadanie

Na stole je položených do radu niekoľko mincí, niektoré rubom nahor a niektoré lícom. Mince si Dalibor pozrie, odíde z miestnosti a skúšajúci za jeho neprítomnosti odoberie jednu mincu. Ostatné mince môže poobracať nasledujúcim spôsobom: vyberie si nejaké dve ľubovoľné mince a obe ich obráti, potom si môže vybrať ďalšie dve ľubovoľné mince a obrátiť ich atď... Tento postup môže opakovať kolkokrát chce. Potom Dalibora zavolá späť a dovolí mu si prezrieť ako sú aktuálne mince otočené. Na záver mu položí otázku, či odobral rub alebo líc. Dokáže to Dalibor s istotou zistiť? Ak áno, tak ako? Ak nie, tak prečo?

### Riešenie

Najprv sa pozrime na to, čo sa stane, keď skúšajúci otočí dve mince. Vo všeobecnosti má 3 možnosti, ako to urobiť:

- Otočí jednu rubovú a jednu lícovú mincu. V tomto prípade sa počet rubových a lícových mincí nezmení.
- Otočí dve rubové mince. V tomto prípade nám ubudnú 2 rubové mince a pribudnú 2 lícové mince.
- Otočí dve lícové mince. V tomto prípade nám ubudnú 2 lícové mince a pribudnú 2 rubové mince.

Ak si teraz zhrnieme body vyššie, tak si môžeme všimnúť, že počet rubov/lícov sa môže buď zvýšiť/znížiť o 2, alebo sa nezmení.

Vieme, že ak k párnemu číslu pripočítame 2, dostaneme párne číslo, a ak k nepárnemu číslu pripočítame 2, dostaneme nepárne číslo (rovnako to funguje aj pre odčítanie). Z toho vidíme, že vo všeobecnosti platí, že pričítanie/odčítanie čísla 2 nemení paritu čísla (teda to, či číslo je násobkom čísla 2, alebo nie je).

Z tohto si teda vieme vyvodiť, že nech skúšajúci otáča mince akokoľvek, paritu počtu rubov a počtu lícov nezmení. Zmení ju ale vtedy, keď na začiatku odoberie jednu mincu, pretože keď od čísla odčítame 1, tak dostaneme číslo s opačnou paritou.

Z tohto všetkého nám teda vyplýva výsledná stratégia:

Dalibor si na začiatku zapamätá paritu počtu rubov a lícov (či počet rubov a lícov je párne alebo nepárne číslo). Následne odíde. Skúšajúci odoberie jednu mincu, a teda zmení paritu počtu buď rubov, alebo lícov. Následne skúšajúci pootáča niekoľko dvojíc mincí, no vďaka faktoru opísanému vyššie nezmení paritu počtu rubov a lícov. Keď teda Dalibor opäť príde do miestnosti, znova spočíta ruby a líca. Skupinka, ktorej parita je iná ako na začiatku (tá, ktorú si zapamätal), je tá, z ktorej skúšajúci odobral mincu.

### ***Komentár***

Veľa z vás vyriešilo úlohu správne, čo nás teší. Tí, ktorí prišli na správnu stratégiu, ale nezískali plný počet bodov, väčšinou nedostatočne popísali niektorú časť riešenia, napríklad nevysvetlili, prečo popísaná stratégia funguje vo všetkých prípadoch. Dávajte si pozor na to, aby ste vo svojom riešení vysvetlili, prečo platí to, čo tvrdíte, vo všeobecnosti, nestačí, ak len ukážete, že to platí na nejakom jednom konkrétnom prípade.

**Autori vzorových riešení:** Erik Berta, Viktória Brezinová, Martin Albert Gbúr, Patrik Paľovčík, Róbert Sabovčík, Žaneta Semanišínová, Tímea Szöllősová

## Konečné poradie letného semestra 30. ročníka

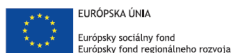
Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 7.	Hana Ihnátová	Z5	ZObcSeč	54	9	9	8	9	9	9	<b>108</b>
	Richard Semanišin	Z4	ZPAngKE	54	9	9	8	9	9	9	<b>108</b>
	Timotej Války	Z5	ZBoroBA	54	9	9	9	9	9	9	<b>108</b>
	Alica Foldesová	Z4	GES	54	9	9	9	-	9	9	<b>108</b>
	Šimon Jonašík	Z4	ZZnieBA	54	9	9	9	8	9	9	<b>108</b>
	Žofia Bartová	Z6	ZBajkBA	54	9	9	9	9	9	9	<b>108</b>
	Alena Chladná	Z5	ZKJNŠSt	54	9	9	8	9	9	9	<b>108</b>
8.	Stanislav Beneš	Z4	P107NYC	54	9	9	9	-	9	8	<b>107</b>
9. - 10.	Marek Mičko	Z4	ZKro4KE	54	9	9	9	5	-	9	<b>104</b>
	Daniela Tkáčová	Z5	ZLevoSN	54	9	9	7	9	9	5	<b>104</b>
11. - 12.	Katarína Tóthová	Z4	ZHôrky	53	9	9	8	-	4	8	<b>100</b>
	Ondrej Medo	Z4	ZSchmit	49	9	9	8	9	7	-	<b>100</b>
13.	Magdaléna Škriabová	Z6	ZKro4KE	52	9	9	8	9	9	2	<b>98</b>
14.	Hana Erdélyiová	Z5	ZPankBA	52	9	9	7	5	9	-	<b>96</b>
15.	Marie Kasalová	Z6	GTruhla	52	9	9	6	7	8	3	<b>94</b>
16. - 17.	Eliška Brajerčíková	Z5	ZŠmerPO	45	9	9	7	6	9	5	<b>91</b>
	Matej Hrin	Z4	ZSZloSB	46	9	6	6	7	3	8	<b>91</b>
18.	Luboš Šesták	Z6	ZVývoBA	46	9	8	6	3	9	-	<b>81</b>
19. - 20.	Ladislav Kliment	Z4	ZLNovKE	38	9	7	6	1	-	9	<b>79</b>
	Katarína Šestáková	Z4	ZVývoBA	44	2	9	8	7	-	-	<b>79</b>
21.	Vojto Bálint	Z5	CZRZaZA	27	6	9	6	9	9	-	<b>72</b>
22.	Patrik Sklenár	Z3	ZKom6SL	26	9	9	8	-	-	0	<b>61</b>
23.	Peter Kovalik	Z4	SZSloSB	38	2	2	5	1	5	2	<b>59</b>
24.	František Bublák	Z6	GABerSC	36	9	9	3	0	0	0	<b>57</b>
25.	Attila Zajdek	Z4	ZBuzica	49	-	-	-	-	-	-	<b>49</b>
26.	Natália Kropuchová	Z5	ZKro4KE	27	5	8	8	-	-	-	<b>48</b>
27.	Gréta Zajdek	Z3	ZBuzica	47	-	-	-	-	-	-	<b>47</b>
28.	Silvia Grausová	Z5	ZTSNPBB	25	2	5	5	2	-	0	<b>39</b>
29.	Leon Maximilian Falat	Z4	SZSloSB	30	2	-	0	1	1	0	<b>36</b>
30. - 31.	Adam Bakoš	Z6	ZFKráZC	10	7	7	6	-	-	-	<b>30</b>
	Daniel Takáč	Z6	GAlejKE	30	-	-	-	-	-	-	<b>30</b>
32.	Damián Fedor	Z5	ZJuhVnT	20	-	6	-	-	-	-	<b>26</b>
33.	Šimon Varga	Z6	ZKro4KE	21	-	-	-	-	-	-	<b>21</b>
34.	Michal Szöllös	Z2	ZŠCád	16	-	-	-	-	-	-	<b>16</b>
35.	Marián Jurčiak	Z5	SZSloSB	14	-	-	-	-	-	-	<b>14</b>
36.	Zora Fedorová	Z4	ZAKubTT	7	-	-	-	-	-	-	<b>7</b>
37.	Tomáš Petík	Z5	ZŠmerPO	3	1	0	-	-	1	-	<b>5</b>



■ ■ ■ ▲

<b>Názov:</b>	<b>MALYNÁR</b> – korešpondenčný matematický seminár Číslo 6 • Máj 2021 • Letný semester 30. ročníka
<b>Internet:</b>	<a href="http://malynar.strom.sk">malynar.strom.sk</a>
<b>E-mail:</b>	<a href="mailto:malynar@strom.sk">malynar@strom.sk</a>
<b>Riešenia:</b>	Prijímame poštou, na webe a v prípade poruchy na <a href="mailto:riesenia@strom.sk">riesenia@strom.sk</a>
<b>Organizátor:</b>	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.*



Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje