

# MALYNÁR

ČÍSLO 5 — ROČNÍK 30

malynar.strom.sk



## Ahoj!

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie *MATEMATIKA*, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame Tvoje ďalšie riešenia!

vedúci *MATEMATIKA*

## 2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústreďeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispievajú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia <https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/> a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na [info@strom.sk](mailto:info@strom.sk).

Ďakujeme!

## Tábor mladých matematikov

Čo by to boli za prázdniny bez TMMka? To veru nevieme. No sme si istí, že tento rok to určite zistíš nechceme! Preto aj tento rok chystáme pre budúcich siedmakov ZŠ až budúcich druhákov SŠ Tábor mladých matematikov, ktorý sa bude konať **23. - 30. augusta 2021 v ŠvP Detvianska Huta!**

Pýtaš sa, čo je to TMM? Ide o 8-dňový pobyt nabitý zaujímavým programom, v ktorom nesmie chýbať zábava, matematika a príjemná spoločnosť. Pozvánku s podrobnými informáciami a prihlášku nájdeš na našich webových stránkach. Nezabudni však, že kapacita je obmedzená, preto s prihlásením nečakaj na poslednú chvíľu. Tešíme sa na Teba!

## Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra

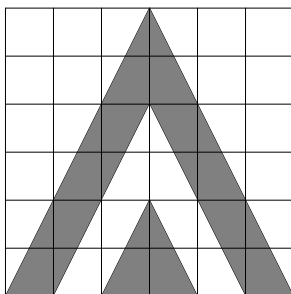
1

opravovali: Mirka Horváthová a Dori Jarošová  
 najkrajšie riešenia: Alenka Chladná a Hanka Erdélyiová

37 riešení

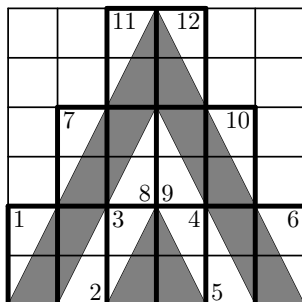
### Zadanie

Obrus mal tvar štvorcovej mriežky 6x6. V nej boli vypálené dve sivé diery, ktoré vytvorili na obruse trojuholníkový vzor ako na obrázku. Aký obsah sa dráčikovi podarilo vypáliť?



### Riešenie

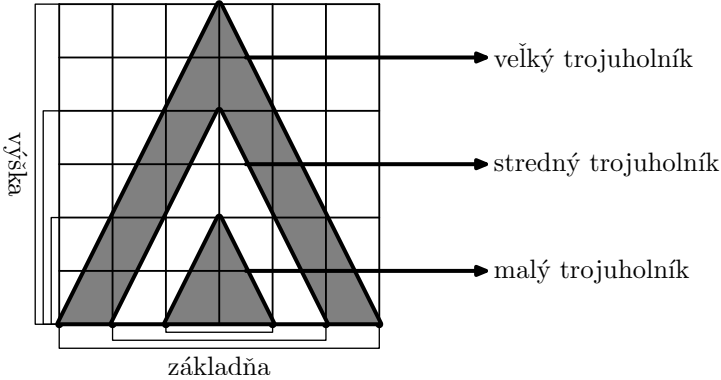
Celý náš obrázok si rozdelíme na obdĺžniky  $1 \times 2$ . Tie sú buď celé biele alebo bielo-sivé. Zaujímá nás obsah sivej časti, takže sa zameriame na tie sivo-biele obdĺžniky.



Uhlopriečka rozdeľuje tento obdĺžnik na sivú a bielu časť a tá vždy rozdelí obdĺžnik na dva zhodné trojuholníky.

Preto sivá časť tvorí polovicu obsahu každého bielo-sivého obdĺžnika. Obsah jedného takého obdĺžnika sú 2 štvorčeky. Teda obsah vypálenej časti v takom obdĺžniku je 1. Ak sa pozrieme na celý obrázok, tak zistíme, že je takých sivo-bielých obdĺžnikov dohromady 12. Obsah dráčikom vypálenej časti je preto 12.

*Iné riešenie*



Na obrázku vidíme tri trojuholníky: veľký, stredný a malý. Niektorí z vás už vedieť, niektorí sa to ešte len budú učiť, že obsah trojuholníka vypočítame ako  $\frac{\text{základňa} \times \text{výška}}{2}$ . Keďže trojuholníky sú nakreslené v štvorčekovej sieti, poznáme dĺžku jednej jeho strany a aj dĺžku výšky prislúchajúcu tejto strane. Teda si vieme vypočítať aj obsah všetkých týchto trojuholníkov.

$$S_{(\Delta)} = \frac{\text{základňa} \times \text{výška}}{2}$$

$$S_{(M)} = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \quad \text{pre malý trojuholník}$$

$$S_{(S)} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \quad \text{pre stredný trojuholník}$$

$$S_{(V)} = \frac{6 \times 6}{2} = 18 \quad \text{pre veľký trojuholník}$$

Nás však zaujíma iba tá časť obrusu, ktorú dráčik vypálil (sivá). Z obrázka môžeme vidieť, že ak od obsahu veľkého trojuholníka odpočítame obsah stredného trojuholníka a pripočítame obsah malého trojuholníka, dostaneme práve obsah vypálenej (sivej) časti.

Obsah vypálenej časti je:

$$S_{(V)} - S_{(S)} + S_{(M)} = 18 - 8 + 2 = 12.$$

**Komentár**

K správne výsledku dospeli v tejto úlohe snáď skoro všetci. Dôležité preto bolo poriadne popísať nie len ako ste obsah vypálenej časti vypočítali, ale aj zdôvodniť, prečo mali jednotlivé časti taký obsah. Dajte si na to nabudúce pozor.

2

opravovali: Lenka Hake a Lubo Vargovčík  
 najkrajšie riešenie: Stanislav Beneš, Ondrej Medo

35 riešení

### Zadanie

Výberu na ligu vo wingbale sa zúčastnili 4 dráčikovia. Každý dráčik hral práve raz proti každému inému dráčikovi. Vidíte nasledujúcu tabuľku zápasov, kde je zaznačený počet výhier, remíz a prehier jednotlivých dráčikov a aj celkové skóre daného dráčika za všetky zápasy (ak je skóre 6:2, tak to znamená, že vo všetkých zápasoch dokopy 6 gólov dal a 2 dostal). Zistite, akým výsledkom skončil zápas medzi Brunom a Chrisom?

	výhry	remízy	prehry	skóre
Dalibor	2	1	0	6:2
Chris	1	1	1	1:2
Bruno	0	2	1	2:3
Albert	0	2	1	0:2

### Riešenie

Pozrime sa najprv na Alberta:

- Dvakrát remizoval a za celý čas nedal ani 1 gól, takže obe jeho remízy museli skončiť 0 : 0.
- Okrem toho raz prehral a spolu dostal 2 góly, preto musel jeho posledný zápas skončiť prehrou 0 : 2. Pritom mohol prehrať len s Daliborom, pretože Chris dal za celý čas iba 1 gól (Albert pri prehre dostal až 2) a Bruno ani raz nevyhral.

Čiže Albert prehral 0 : 2 s Daliborom a remizoval 0 : 0 s Brunom aj s Chrisom.

Ďalej sa pozrime na Chrisove zápasy:

- Vieme, že remizoval 0 : 0 s Albertom a vo zvyšných dvoch zápasoch raz vyhral a raz prehral.
- Za celý čas dal len 1 gól, takže jediný spôsob ako mohol vyhrať, je s výsledkom 1 : 0. Pritom vyhrať mohol iba proti Brunovi, keďže s Albertom remizoval a Dalibor ani raz neprehral.
- Aby nám sedeli počty gólov, jeho posledný zápas musel skončiť prehrou 0 : 2.

Takže Chris remizoval 0 : 0 s Albertom, vyhral 1 : 0 s Brunom a prehral 0 : 2 s Daliborom. Aj keď už máme odpoveď na otázku v zadaní, treba ešte skontrolovať či nám sedia počty aj pre Bruna a Dalibora.

Už vieme, že Bruno remizoval  $0 : 0$  s Albertom a prehral  $0 : 1$  s Chrisom. Za celý čas však remizoval dvakrát, dal 2 góly a dostal 3 góly. Takže jeho posledný zápas (s Daliborom) musel skončiť remízou  $2 : 2$ .

Ostáva nám skontrolovať zápasy Dalibora, ktorý vyhral  $2 : 0$  s Albertom aj s Chrisom a remizoval  $2 : 2$  s Brunom. Spolu teda dvakrát vyhral, raz remizoval, dal 6 gólov a dostal 2 góly. Vidíme, že všetko sedí a Chris skutočne vyhral nad Brunom s výsledkom  $1 : 0$  (pre Chrisa).

### Komentár

Pri tejto úlohe sa dalo postupovať naozaj veľa spôsobmi, preto nás teší, že ste všetci takí nápadití a odovzdali ste nám naozaj rôznorodé riešenia. Chceli by sme však zdôrazniť, aké dôležité je všetky svoje kroky vždy čo najpresnejšie opísať a zdôvodniť – napísať bez vysvetlenia rovno výsledok vášho skúmania k získaniu 9 bodov jednoducho nestačí. Zároveň je dôležité uvedomiť si, že riešenie úlohy vždy nekončí nájdením odpovede na otázku v zadaní. Niekedy sa totiž môže stať, že síce nájdete nejaký výsledok, ktorý sa môže zdať správny, ale po čase zistíte, že taká situácia vlastne vôbec nemôže nastať. V tomto prípade to tak nebolo a rozhodli sme sa za to body nestrhávať, ale treba si na to dávať pozor.

3

opravovali: Erik Novák a Kubo Farbula  
 najkrajšie riešenie: Hanka Ihnatková

29 riešení

### Zadanie

Draci stáli v zástupe otočení dopredu. Niektorí z nich sú klamodraci a vždy klamú, niektorí sú pravdodraci a vždy hovoria pravdu. Každý tvrdí, že pred sebou vidí viac klamodrakov, než pravdodrakov. Dokážte, že je v zástupe aspoň toľko klamodrakov, koľko pravdodrakov (chceme ukázať, že to platí vždy, aj keď nevieme, koľko presne drakov je dokopy v zástupe).

### Riešenie

Predstavme si tvorbu daného radu drakov postupne tak, ako doň prichádzajú draci. Nech sa do radu postaví prvý drak. Tento drak pred sebou nevidí nikoho. Inými slovami, vidí 0 klamodrakov a 0 pravdodrakov, zatiaľ čo tvrdí, že vidí viac klamodrakov ako pravdodrakov. Toto tvrdenie pravdivé nie je, teda prvý drak v rade je určite klamodrak.

Teraz nech sa do radu postaví druhý drak. Tento drak pred sebou vidí 1 klamodraka a 0 pravdodrakov, zatiaľ čo tvrdí, že pred sebou vidí viac klamodrakov ako pravdodrakov. To je pravdivé tvrdenie, keďže platí, že  $1 > 0$ , a teda tento drak je pravdodrak.

Nech sa do radu postaví ešte tretí drak. Tento drak pred sebou vidí 1 klamodrapa a 1 pravdodrapa, zatiaľ čo tvrdí, že pred sebou vidí viac klamodrapov ako pravdodrapov. To nie je pravdivé tvrdenie, pretože platí, že  $1 = 1$ , a teda tento drak je klamodrak.

Skúsme z tejto skúšky vyvodit' nejaké všeobecné pravidlá:

- Po príchode pravdodrapa sú počty klamodrapov a pravdodrapov vyrovnané. Ďalší prichádzajúci drak tvrdí, že vidí viac klamodrapov, čo nie je pravda. Po príchode pravdodrapa teda musí prísť klamodrak.
- Po príchode klamodrapa je počet klamodrapov o 1 väčší než počet pravdodrapov. Ďalší prichádzajúci drak tvrdí, že vidí viac klamodrapov, čo je pravda. Po príchode klamodrapa teda musí prísť pravdodrak.

Vidíme, že po pravdodrapovi do radu prichádza klamodrak a po klamodrapovi pravdodrak. Nech je teda rad ľubovoľnej dĺžky, tak začína klamodrapom a striedajú sa v ňom po jednom pravdodraci a klamodraci: klamodrak, pravdodrak, klamodrak, pravdodrak, klamodrak, ...

Ak je teda počet drakov v rade párný, tak počet klamodrapov a pravdodrapov je rovnaký, a ak je nepárny, tak je v rade o jedného klamodrapa viac. V oboch prípadoch platí dokazované tvrdenie „Klamodrapov je aspoň toľko ako pravdodrapov.“

### *Iné riešenie*

Pozrime sa na posledného pravdodrapa v rade. Všetci draci za týmto drakom sú klamodraci, keďže je to posledný pravdodrak. Tento pravdodrak pred sebou vidí viac klamodrapov ako pravdodrapov, keďže to pravdivo tvrdí (podľa zadania).

Pred posledným pravdodrapom je aspoň o jedného pravdodrapa menej než klamodrapov, za ním nie je pravdodrak žiaden.

Berúc do úvahy posledného pravdodrapa je teda pravdodrapov nanaajvýš toľko, koľko klamodrapov. To je to isté, ako dokazované tvrdenie „Klamodrapov je aspoň toľko ako pravdodrapov.“

### *Komentár*

Väčšina z vás si s úlohou poradila ľavou zadnou. Niektorí ste iba nedotiahli svoju úvahu do konca a chýbalo podrobnejšie vysvetlenie, alebo ste vyriešili úlohu iba na konkrétnom počte drakov. Drakov však mohlo byť ľubovoľne veľa, a to sa musí spomenúť aj vo vašom riešení. Niektorí ste usúdili, že stále nastane rovnosť pravdodrapov a klamodrapov, čo je však vyvrátené v riešeniach vyššie, klamodrapov môže byť viac.

4

opravovali: Viki Brezinová a Peťo Kovács  
 najkrajšie riešenie: Stanislav Beneš

27 riešení

### Zadanie

Dalibor spolu s ockom rozložili na stôl 19 kamienkov. Postupne sa striedajú v ťahoch (Dalibor začína) a každý z nich si vždy zoberie 2, 3 alebo 4 kamienky. Ten z nich, ktorý už nemá z čoho ťahať, prehráva. Existuje pre niektorého z nich víťazná stratégia? Ak áno, ukážte aká a ak nie tak prečo?

### Riešenie

Môžeme si uvedomiť, že ocko vie vždy zobrať taký počet kamienkov, že zo stola po dvoch ťahoch ubudne dokopy 6 kamienkov. Konkrétne, ak Dalibor zobral 2, ocko zoberie 4. Ak Dalibor zobral 3, ocko zoberie 3. Ak Dalibor zobral 4, ocko zoberie 2. Tým pádom po prvých dvoch ťahoch zostane na stole  $19 - 6 = 13$  kamienkov, po ďalších dvoch ťahoch zostane na stole  $13 - 6 = 7$  kamienkov a po ďalších dvoch ťahoch zostane  $7 - 6 = 1$  kamienok. Prešlo 6 ťahov a teraz je na rade Dalibor, ale on už nemôže potiahnuť, pretože zobrať 1 kamienok nebolo v tejto hre povolené, takže Dalibor prehral.

Teda vidíme, že víťazná stratégia existuje pre ocka, stačí, aby v jeho ťahoch postupoval tak, ako sme popísali vyššie.

Môžete si rozmyslieť, že rovnaká stratégia by fungovala aj pre iný počet kamienkov na začiatku, ak by tento počet bol násobok 6 alebo mal zvyšok 1 po delení 6 (čiže by to bol násobok 6 zväčšený o 1).

### Komentár

Väčšine z riešiteľov sa podarilo víťaznú stratégiu nájsť. Treba si dať pozor na to, že víťazná stratégia musí zaručovať víťazstvo bez ohľadu na ťahy súpera. Riešiteľom, ktorí nezískali plný počet bodov odporúčame, aby si pred odovzdaním svoje riešenie poriadne prečítali a overili si, či všetko zapísali správne, nič dôležité nevynechali a nepomýlili sa.

5

opravovali: Matúš Masrna a Kristín Mišlanová  
 najkrajšie riešenie: Stanislav Beneš

32 riešení

### Zadanie

Drago sa snažil usporiadať medaily do štvorca, ktorý je tvorený niekoľkými riadkami a rovnako veľa stĺpcami, ktoré sú celé zaplnené medailami (napr. na vyplnenie štvorca  $3 \times 3$  potrebuje práve 9 medailí). Avšak nepodarilo sa mu to, lebo mu ostalo 89 medailí. Skúsil teda štvorec zväčšiť o jeden riadok a stĺpec, no ani to sa mu nepodarilo, ostalo mu 50 medailí. Koľko medailí má Drago dokopy?



**Riešenie**

Najprv si vypočítajme, koľko medailí použil Drago na zväčšenie štvorca. Po prvom pokuse mu zvyšovalo 89 medailí a po zväčšení štvorca mu stále ostávalo 50 medailí, takže na pridanie jedného riadku a jedného stĺpca minul  $89 - 50 = 39$  medailí.

Jeden riadok a jeden stĺpec, ktoré pridal ku štvorcu, majú jedno spoločné políčko. Najprv odrátajme medailu, ktorú položil na toto políčko. Zvyšných 38 medailí potom rozdelíme na dve polovice, keďže v štvorci sú riadky a stĺpce rovnako dlhé. Okrem toho jedného rohového políčka teda dá aj do riadka aj do stĺpca po  $38/2 = 19$  medailí. To znamená, že po zväčšení mal štvorec rozmery  $20 \times 20$  a pred ním  $19 \times 19$ .

Na záver zistíme, koľko mal teda medailí dokopy. Mal ich spolu  $20 \cdot 20 + 50 = 450$ . Pre skúšku správnosti ešte overme, že aj  $19 \cdot 19 + 89 = 450$ , takže to naozaj sedí. Drago má dokopy 450 medailí.

**Komentár**

Väčšina z vás zvládla úlohu vyriešiť správne a podobne ako vo vzorovom riešení (: Jediné, čo by sme pripomenuli, je, že ak úlohu vyriešite skúšaním, tak je potrebné povedať, prečo si myslíte, že je to jediné správne riešenie.

**6**

opravovala: Janka Baranová

najkrajšie riešenie: Timotej Války, Alica Foldesová

24 riešení

**Zadanie**

Na žrebíku sú v políčkach tabuľky  $3 \times 3$  napísané čísla od 1 do 9, každé práve raz. Čísla sú rozmiestnené tak, že každý zo štyroch  $2 \times 2$  blokov (v rohoch tabuľky) má rovnaký súčet čísel v ňom. Aký najväčší môže byť tento súčet? Vysvetlite, prečo sa väčší súčet určite nedá dosiahnuť a nakreslite rozmiestnenie čísel v tabuľke pri najväčšom súčte.

**Riešenie**

Označme si jednotlivé políčka našej tabuľky písmenami  $A - I$  ako na obrázku. Zadanie nám hovorí, aby sme čísla od 1 do 9 umiestnili do tabuľky tak, aby každý zo štyroch štvorcov  $2 \times 2$  mal rovnaký súčet (farebné štvorce na obrázku).

$A$	$B$	$C$
$D$	$E$	$F$
$G$	$H$	$I$





Naše 4 štvorce majú takéto súčty:

$$\begin{aligned} A + B + D + E & \text{ ružový štvorec} \\ B + C + E + F & \text{ oranžový štvorec} \\ D + E + G + H & \text{ zelený štvorec} \\ E + F + H + I & \text{ modrý štvorec} \end{aligned}$$

Všimnime si, že políčko  $E$  (stredné políčko tabuľky) sa nachádza v každom štvorci. Políčka  $B$ ,  $D$ ,  $F$  a  $H$  sa nachádzajú v dvoch štvorcoch a ostatné 4 políčka sa nachádzajú len v jednom štvorci.

Našou úlohou je nájsť čo najväčší súčet čísel v jednotlivých 4 farebných štvorcoch tak, aby boli tieto 4 súčty rovnaké. Keďže všetky 4 súčty majú byť rovnaké a zároveň hľadáme tie najväčšie, tak to znamená, že hľadáme čo najväčší súčet všetkých 4 farebných štvorcov dohromady.

Podme sa teda pozrieť na to, aký najväčší súčet môžu mať tieto 4 štvorce dohromady, tento súčet je:

$$4 \cdot E + 2 \cdot (B + D + F + H) + A + C + G + I.$$

Do celkového súčtu započítame 4-krát stredné políčko  $E$ , 2-krát políčka  $B$ ,  $D$ ,  $F$  a  $H$  a 1-krát políčka  $A$ ,  $C$ ,  $G$  a  $I$ . Ak by sme tento súčet chceli dostať maximálny možný, tak za  $E$  dosadíme najväčšie číslo, čiže 9, za  $B$ ,  $D$ ,  $F$  a  $H$  ďalšie veľké čísla 5, 6, 7 a 8 a za  $A$ ,  $C$ ,  $G$  a  $I$  ostatné štyri čísla  $-1$ , 2, 3 a 4. Celkový súčet by v tomto prípade bol

$$4 \cdot 9 + 2 \cdot (5 + 6 + 7 + 8) + 1 + 2 + 3 + 4 = 98.$$

Tento celkový súčet predstavuje súčet našich 4 štvorcov, pričom vieme, že súčty majú byť rovnaké. Preto celkový súčet musí byť násobkom 4 (lebo 4 rovnaké súčty v štvorcoch  $2 \times 2$ ). Číslo 98 ale nie je násobkom 4, keďže  $98 : 4 = 24$  zv. 2, preto tento maximálny možný súčet nie je možné dosiahnuť. Hľadáme teda najbližšie menšie číslo deliteľné 4, a to je 96, lebo  $96 : 4 = 24$ . Maximálny súčet našich štyroch štvorcov bude preto 24. Teraz už len stačí nájsť príklad, ako súčet 24 dosiahneme, vyhovuje napr. tento:

5	7	2
3	9	6
4	8	1

**Poznámka opravovateľky:** Chcela som vám ukázať, ako sa k riešeniu dostať, ale váš postup mohol byť kľudne kratší a postavený naopak. Stačilo mi ukázať tabuľku, kde je súčet 24, povedať, že 24 je ten maximálny súčet a odôvodniť, prečo súčet 25 už nejde dosiahnuť. To ste mohli ukázať tak, že maximálny súčet, ktorý vieme dosiahnuť je 98, čo je menej ako  $4 \cdot 25 = 100$ . Hotovo :)

### ***Komentár***

Som veľmi rada, ako veľa správnych riešení ste k tejto, najťažšej, úlohe odovzdali. Najčastejšou chybou bolo, že aj keď ste našli tabuľku vyplnenú tak, aby ste dosiahli najväčší súčet – 24, tak ste už nezdôvodnili, prečo súčet 25 nevieme dosiahnuť. Druhým nedostatkom bolo, že ste poriadne nekomentovali svoje kroky, ktoré robíte, a tak tí, ktorí ste mali zlý výsledok, ste nemohli dostať veľa bodov, aj keď ste možno uvažovali dobre, čo je škoda.

**Autori vzorových riešení:** Erik Berta, Viktória Brezinová, Martin Albert Gbúr, Patrik Paľovčík, Róbert Sabovčík, Žaneta Semanišínová, Tímea Szöllősová

## Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **3. mája 2021**

### Úloha 1

Dalibor sa snaží zistiť číslo domu hostinca. Okolopopíjajúci o ňom povedali nasledovné:

- *Peto*: Číslo je násobkom 3.
- *Kubo*: Číslo je násobkom 6.
- *Martin*: Číslo je násobkom 2.
- *Dano*: Číslo je násobkom 4.
- *Spišo*: Číslo je väčšie ako 10.

Prezradili ešte, že práve jeden z nich nehovoril pravdu. Kto to bol? Najmenšie číslo, ktoré spĺňa štyri z uvedených výrokov a jeden nespĺňa je číslo hostinca. Aké číslo má hostinec?

### Úloha 2

Pomocníci chodia na vodu k potoku. Vedierko každého z pomocníkov je inak veľké: majú objemy 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 litrov. Pomocníci si vedierka medzi sebou nepožičiavajú a vždy ich prinesú úplne plné vody.

- *Števo* prinesie vo svojom vedierku viac vody ako *Samo*.
- *Matúš* by musel ísť po vodu trikrát, aby prinesol práve toľko vody, koľko *Erik* v jednom svojom vedierku.
- *Jančiho* vedierko je len o dva litre väčšie ako *Samove*.
- *Sám* *Lubo* prinesie toľko vody, koľko *Matúš* a *Samo* dokopy.
- Keď idú po vodu *Janči* a *Lubo*, prinesú rovnako veľa vody ako *Kubo*, *Števo* a *Samo* dokopy.

Koľko vody prinesú *Števo* a *Lubo* dohromady?

### Úloha 3

*Nezbedník* písal na tabuľu do radu čísla. Začal tým, že napísal 5 a 17. Potom pokračoval nasledovne: Ak bolo posledné napísané číslo deliteľné 3, tak ako ďalšie číslo napísal tretinu tohto posledného čísla. Inak napísal súčet posledných dvoch čísel, ktoré boli na tabuli. Aké číslo napísal ako 157.?

**Úloha 4**

Elfovia mali 2 hracie kocky, jednu červenú a jednu modrú. Na rozdiel od normálnych kociek na nich neboli čísla od 1 do 6. Na červenej kocke boli čísla 1, 2, 2, 3, 3, 4. Na modrej kocke bolo 6 celých čísel väčších ako 0. Vieme, že každý súčet dvoch čísel na týchto dvoch kockách môže elf hodiť rovnako veľa spôsobmi ako keby tieto kocky mali na stenách klasicky čísla od 1 do 6. (Napríklad súčet 4 vieme dvoma klasickými kockami hodiť ako  $1+3$ ,  $2+2$  a  $3+1$ . Musia teda existovať práve 3 spôsoby ako hodiť súčet 4 aj našimi elfskými kockami – červenou a modrou.) Aké čísla boli na modrej kocke?

**Úloha 5**

Mapa trasy bola v tvare trojuholníka  $ABC$  v ktorom platí, že  $|AC| > |AB|$ . Na jeho strane  $AC$  sa medzi bodmi  $A$  a  $C$  nachádza mesto  $D$  tak, aby platilo  $|AB| = |AD|$ . Vieme navyše, že rozdiel uhlov  $ABC$  a  $ACB$  je 30 stupňov. Zistite veľkosť uhla  $CBD$ .

**Úloha 6**

Na stole je položených do radu niekoľko mincí, niektoré rubom nahor a niektoré lícom. Mince si Dalibor pozrie, odíde z miestnosti a skúšajúci za jeho neprítomnosti odoberie jednu mincu. Ostatné mince môže poobrať nasledujúcim spôsobom: vyberie si nejaké dve ľubovoľné mince a obe ich obráti, potom si môže vybrať ďalšie dve ľubovoľné mince a obrátiť ich atď... Tento postup môže opakovať kolkokrát chce. Potom Dalibora zavolá späť a dovoľí mu si prezrieť ako sú aktuálne mince otočené. Na záver mu položí otázku, či odobral rub alebo líc. Dokáže to Dalibor s istotou zistiť? Ak áno, tak ako? Ak nie, tak prečo?

## Poradie po 1. sérii letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 10.	Richard Semanišín	Z4	ZPAngKE	9	9	9	9	9	9	54
	Hana Ihnátová	Z5	ZObcSeč	9	9	9	4	9	9	54
	Timotej Války	Z5	ZBoroBA	9	9	9	9	9	9	54
	Stanislav Beneš	Z4	P107NYC	9	9	9	9	9	-	54
	Daniela Tkáčová	Z5	ZLevoSN	9	9	9	9	9	9	54
	Alena Chladná	Z5	ZKJNŠSt	9	9	9	9	9	9	54
	Marek Mičko	Z4	ZKro4KE	9	9	9	9	9	-	54
	Alica Foldesová	Z4	GES	9	9	9	-	9	9	54
	Šimon Jonašík	Z4	ZZnieBA	9	9	9	6	9	9	54
	Zofia Bartová	Z6	ZBajkBA	9	9	9	9	9	9	54
11.	Katarína Tóthová	Z4	ZHôrky	9	9	9	9	8	1	53
12. - 14.	Marie Kasalová	Z6	GTruhla	9	9	9	9	9	7	52
	Magdaléna Škriabová	Z6	ZKro4KE	9	9	9	9	9	7	52
15. - 16.	Hana Erdélyiová	Z5	ZPankBA	9	9	8	9	9	-	52
	Ondrej Medo	Z4	ZSchmit	4	9	9	9	9	-	49
17.	Attila Zajdek	Z4	ZBuzica	4	9	9	9	9	-	49
	Gréta Zajdek	Z3	ZBuzica	5	6	9	9	9	-	47
18. - 19.	Matej Hrin	Z4	SZSloSB	4	6	8	9	9	5	46
	Luboš Šesták	Z6	ZVývoBA	6	5	9	8	9	9	46
20.	Eliška Brajerčíková	Z5	ZŠmerPO	4	6	9	9	7	8	45
21.	Katarína Šestáková	Z4	ZVývoBA	9	8	-	9	-	9	44
22. - 23.	Ladislav Kliment	Z4	ZLNovKE	9	7	5	4	4	3	38
	Peter Kovalik	Z4	SZSloSB	3	2	4	9	4	9	38
24. - 25.	František Bublák	Z6	GABerSC	3	6	9	8	9	1	36
	Vojto Bálint	Z4	ZGaštZA	9	9	-	-	9	-	36
26. - 27.	Daniel Takáč	Z6	GAlejKE	4	4	8	0	6	8	30
	Leon Maximilian Falat	Z4	SZSloSB	3	2	7	7	3	3	30
28.	Natália Kropuchová	Z5	ZKro4KE	9	-	9	-	9	-	27
29.	Patrik Sklenár	Z3	ZKom6SL	4	1	-	-	9	3	26
30.	Silvia Grausová	Z5	ZTSNPBB	3	2	7	-	8	3	25
31.	Šimon Varga	Z6	ZKro4KE	4	7	3	7	-	-	21
32.	Damián Fedor	Z5	ZJuhVnT	4	9	-	-	6	1	20
33.	Michal Szöllös	Z2	ZŠCád	8	-	-	-	-	-	16
34.	Marián Jurčiak	Z5	SZSloSB	4	1	-	1	8	-	14
35.	Adam Bakoš	Z6	ZFKráZC	6	2	-	-	2	-	10
36.	Zora Fedorová	Z4	ZAKubTT	1	0	3	-	-	-	7
37.	Tomáš Petík	Z5	ZŠmerPO	2	1	-	-	-	0	3

