MALYNÁR

Číslo **6** — Ročník **29** — **malynar.strom.sk**

Ahojte!

Druhá séria je už za nami a my Vám prinášame nový časopis, v ktorom sa dozviete koľkí ste skončili. Takisto v ňom nájdete krásne vzorové riešenia, čiže ak ste niečo mali zle, môžete si pozrieť, ako to malo byť správne. Sústredenie v takej forme, ako ho poznáme, bohužiaľ, nebude, ale nižšie sa dočítate, čo sme si pre tých najšikovnejších z Vás pripravili.

Vaši milovaní vedúci MALYNÁRa

Ako nebude

Sústredenie

Koncom školského roka sa na vzletnom vánku do Danišoviec znesú štyri znosené róby. Vtedy však ešte nebudú môcť porušiť, čo ich už onedlho bude všetky napájať. Bude to poslušnosť kraju, ktorý v nasledujúcej dobe začne vydávať tie najzmysluplnejšie nariadenia. Že tiecť, keď si blato z piesku? Kto to kedy počul! Róby sa však po dĺžke nebudú otáčať a spoločnými textíliami sa im podarí zlodejskému nálevníkovi pomôcť do kraja zdrhnúť, čím záporák v našich dedinách nanovo kapituluje. Ako to všetko na klinec dopadne, ostane už len v harmonikách rób, ktoré za bezmoci tuby proti mrazu druhého stupňa zmiznú do Ratna.

Ako bude

Sústredenie

Letné sústredenie Malynára sa napriek všetkej nevôli počasia, premenlivej klímy a mutujúcich vírusov uskutoční. Zatiaľ vám prezradíme toľko, že **sa bude konať** na čiare (slovom cudzieho pôvodu **online**). Dá sa očakávať, že v priebehu nasledujúcich týždňov vyplávajú na povrch ďalšie pikantné podrobnosti, takže **sledujte našu webovú stránku**, aby ste ich mali ešte teplé.

Tábor mladých matematikov

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Tábore mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavne podanú matiku a príjemnú spoločnosť.
TMM sa bude konať 16. – 23. augusta v Penzióne pod Sitnom na Počúvadlianskom jazere a je určené pre budúcich siedmakov až budúcich druhákov na strednej škole. Kompletné informácie aj prihlasovanie nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

Vzorové riešenia 2. série úloh letného semestra

1 opravovali **Viki Brezinová** a **Ľubo Vargovčík**

najkrajšie riešenia: Alena Chladná, Hanka Erdélyiová

39 riešení

Zadanie

O lístok na atrakciu sa hádali jednorožec, Cukrová Lama a myška. Perníček povedal Cukrovej Lame: „Lama, ty si nevyhrala. Ale dostaneš aspoň nejaké tokeny." Potom povedal jednorožcovi: „Lama naozaj nevyhrala. A dokonca ani nedostane tokeny." Nakoniec povedal myške: „Myška, nebola si najlepšia. Víťazom je jednorožec." Na záver ešte dodal, že každému povedal najviac jednu nepravdivú vetu. Kto vyhral lístok a prečo?

Riešenie

Existujú len tri možnosti toho, kto mohol vyhrať. Poďme si ich postupne rozobrať.
Ak by vyhrala Lama, tak prvá veta povedaná Lame („Lama, ty si nevyhrala.") a prvá veta povedaná jednorožcovi („Lama naozaj nevyhrala.") by museli byť klamstvá. To znamená, že druhé vety u obidvoch by museli byť pravdy, pretože perníček povedal každému najviac jedno klamstvo. Lenže v druhej vete perníček povedal Lame, že dostane nejaké tokeny a jednorožcovi, že Lama nedostane tokeny. Tieto tvrdenia si navzájom odporujú, čo znamená, že len jedno z nich môže byť pravdivé. Z toho vyplýva, že Lama vyhrať nemohla, lebo ak by vyhrala, tak perníček by niekomu klamal dvakrát.
Ak by vyhrala myška, tak obidve vety, ktoré jej perníček povedal („Myška, nebola si najlepšia. Víťazom je jednorožec."), by boli klamstvo, a to sa stať nemôže.
Ak by vyhral jednorožec, tak prvé vety, ktoré povedal perníček Lame a jednorožcovi by boli pravdivé, jedna z druhých viet (je jedno ktorá, pretože to nič neovplyvní) by bola nepravdivá a druhá pravdivá. Obe vety, ktoré povedal myške, by boli pravda. Z toho vidíme, že pri víťazstve jednorožca perníček klamal každému najviac raz. Preto mohol vyhrať len jednorožec.

Komentár

Väčšina z vás zvládla úlohu vyriešiť a spísať naozaj dobre. Niektorí ste správne ukázali, že Lama ani myška vyhrať nemohli, ale nijako ste neoverili, či jednorožec naozaj mohol vyhrať, čo by v kompletnom riešení nemalo chýbať. Tí, ktorým sme museli strhnúť viac bodov, väčšinou nezdôvodnili niektoré svoje tvrdenia alebo nerozobrali všetky možnosti.

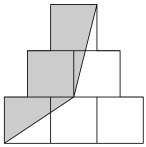
2

opravovali **Paťo Paľovčík** a **Kubo Farbula**
najkrajšie riešenie: Richard Prikler

41 riešení

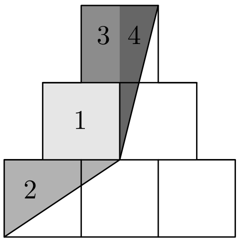
Zadanie

Keď sa na kôš pozeráme zhora, otvor vyzerá ako pyramída na obrázku, ktorá sa skladá zo 6 rovnakých symetricky uložených štvorcov (vždy v stredoch v strán). Lístok sa nachádza niekde na vrchu v sivej časti. Akú plochu musí Perníček prehľadať, aby našiel lístok, ak celá pyramída má obsah 600?



Riešenie

Vieme, že celá pyramída má obsah 600. Skladá sa zo 6 rovnakých štvorcov, čiže každý z nich má obsah $600 : 6 = 100$. Ak je obsah štvorca 100, tak dĺžka jednej jeho strany je 10 (keďže $10 \cdot 10 = 100$). Sivú časť si vieme rozdeliť na 4 menšie oblasti.



- Prvá oblasť je štvorec na strednom poschodí pyramídy, ktorý je celý sivý, takže obsah jeho sivej časti je rovnaký ako obsah samotného štvorca, čiže 100.
- Druhá oblasť je sivý trojuholník na spodnom poschodí pyramídy. Môžeme si všimnúť, že tento trojuholník je polovicou obdĺžnika (uhlopriečka ho rozdelí na dva zhodné trojuholníky), ktorého jedna strana je strana štvorca, čiže 10, a druhá strana je tvorená stranou štvorca a polovicou strany ďalšieho štvorca, čiže $10 + 5 = 15$. Obsah obdĺžnika je teda $10 \cdot 15 = 150$ a polovica z toho je 75.
- Tretia oblasť je polovica štvorca na hornom poschodí pyramídy. Obsah tejto oblasti je teda $100 : 2 = 50$.
- Posledná - štvrtá časť je sivý trojuholník medzi horným a stredným poschodím pyramídy. Podobne ako v druhej oblasti, je polovicou obdĺžnika. Jedna strana

tohto obdĺžnika je polovica strany štvorca, čiže 5, a druhá strana je tvorená stranami dvoch štvorcov, čiže jej dĺžka je $10+10=20$. Obsah tohto obdĺžnika je $20 \cdot 5 = 100$ a polovica z toho je 50.

Obsah celej sivej časti pyramídy je súčtom obsahov týchto 4 oblastí, a teda je to $100 + 75 + 50 + 50 = 275$.

Komentár

Väčšina z vás došla bez problémov k správnemu výsledku. Úlohu ste riešili dvomi spôsobmi, jeden bol taký, ako vo vzorovom riešení, a druhý taký, že ste počítali s tým, že trojuholník na hornom poschodí je rovnako veľký ako trojuholník na strednom poschodí. V druhom type riešenia bolo častou chybičkou, že ste len napísali, že tieto dva trojuholníky majú rovnaký obsah, ale neukázali ste, prečo to tak je.

3

opravovali **Martin Albert Gbúr** a **Klára Hricová**

najkrajšie riešenia: Richard Prikler a Daniela Tkáčová

39 riešení

Zadanie

V trojpodlažnom dome (prvé podlažie je najspodnejšie a tretie najvrchnejšie), do ktorého perníček prišiel, sa momentálne nachádza 42 stvorení, pod ktorými (na nižších podlažiach) sa niekto nachádza a 48 stvorení, nad ktorými (na vyšších podlažiach) sa niekto nachádza. Na druhom podlaží je momentálne polovica všetkých stvorení nachádzajúcich sa v dome. Koľko je všetkých stvorení v dome? Koľko stvorení sa nachádza na každom podlaží?

Riešenie

Zo zadania vyplýva, že na najvyššom – treťom podlaží a druhom podlaží sa spolu nachádza 42 stvorení (keďže pod tretím sa nachádza druhé a prvé podlažie a pod druhým prvé podlažie, pod prvým sa už žiadne nenachádza, možno pivnica, ale o tej zmienka v zadaní nie je). Rovnakou úvahou sa dopracujeme k tomu, že na druhom podlaží a najspodnejšom - prvom podlaží sa nachádza spolu 48 stvorení (nad nimi sa niekto nachádza).
Ďalej vieme, že počet stvorení na druhom podlaží tvorí polovicu všetkých stvorení v dome. Z toho vyplýva, že súčet počtu stvorení na prvom a treťom podlaží tvorí tú druhú polovicu, a teda sa rovná počtu stvorení na druhom podlaží.
Do súčtu týchto dvoch čísel, $42 + 48 = 90$, teda zarátame raz počet stvorení na prvom a treťom podlaží (ktoré tvoria spolu jednu polovicu stvorení) a dvakrát počet stvorení na druhom podlaží (stvorenia na druhom podlaží tvoria druhú polovicu stvorení). Množstvo stvorení na druhom podlaží potom vypočítame ako $90 : 3 = 30$ (keďže 90 stvorení tvoria 3 rovnaké časti – stvorenia z prvého a tretieho podlažia dokopy a dvakrát stvorenia z druhého podlažia). Zvyšok už dorátame jednoducho: $48 - 30 = 18$ stvorení sa nachádza na prvom podlaží.

$42 - 30 = 12$ stvorení sa nachádza na treťom podlaží.
Počet všetkých stvorení v dome je teda $18 + 12 + 30 = 60$.

Komentár

Jediný problém, ktorý niektorých z vás delil od 9-bodového riešenia, bolo nesprávne pochopenie úlohy. Súčet čísel 42 a 48 nie je počet všetkých stvorení v budove. Stredné podlažie je tam zarátané dvakrát. Pochopenie zadania bolo v tejto úlohe kľúčové. Pár z vás sa túto úlohu pokúsilo vyriešiť skúšaním možností rozdelenia stvorení do jednotlivých podlaží, no ak ste v riešení nedokázali, prečo existuje len jeden výsledok, nemohli sme vás oceniť mnohými bodmi.

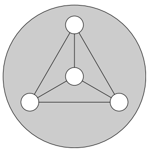
4

opravovali **Peťo Kovács** a **Števo Vašak**
najkrajšie riešenie: Hanka Erdélyiová, Rišo Prikler

36 riešení

Zadanie

Na obrázku sú vyznačené 4 bodky a 4 sivé oblasti. Do každej bodky a každej oblasti chceme napísať jedno prirodzené číslo od 1 do 8 (každé číslo môžeme použiť práve raz). Navyše musí platiť, že číslo, ktoré je napísané v každej oblasti je vždy tretinou súčtu troch čísel, ktoré sú v bodkách, ktoré sa dotýkajú, respektíve nachádzajú v danej oblasti. Vieme takto čísla rozdeliť? Svoje riešenie zdôvodnite.



Riešenie

Máme k dispozícii čísla od 1 po 8, každé práve raz. Ukážme si najprv, že čísla 1, 2, 7 a 8 nemôžeme napísať do sivých oblastí.

- Ak by sme do oblasti vpísali 1, tak najmenší súčet vyskladaný zo zvyšných čísel je $2 + 3 + 4 = 9$, čo je viac ako trojnásobok čísla 1 ($1 \cdot 3 = 3 < 9$). Číslo 1 teda nesmie byť v sivej oblasti.
- Ak by sme do oblasti vpísali 2, najmenší súčet, ktorý vieme dostať zo zvyšných čísel je $1 + 3 + 4 = 8 > 6 = 2 \cdot 3$.
- Ak vyberieme do oblasti číslo 7, tak najvyšší súčet, ktorý môžeme dostať zo zvyšných čísel je $5 + 6 + 8 = 19$, čo je menej ako $3 \cdot 7 = 21$.
- Ak vyberieme 8, najvyšší súčet je $5 + 6 + 7 = 18$, čo je opäť menej ako potrebujeme, keďže $8 \cdot 3 = 24$. Ukázali sme teda, že žiadne z čísel 1, 2, 7 a 8 nemôže byť v sivej oblasti, a teda musia byť v bodkách.

Keďže máme 4 bodky a 4 oblasti, s určitosťou vieme povedať, že v bodkách budú čísla 1, 2, 7, 8 a v oblastiach budú čísla 3, 4, 5, 6. Tu sa nám naskytá hneď niekoľko možných dôkazov, ako ukázať, že čísla nevieme rozostaviť. V tomto vzorovom riešení uvedieme pre príklad tri z nich, avšak možností, ako to ukázať, je viac.

- Uvedomme si, že každá trojica, ktorú vyberieme z čísel 1, 2, 7, 8, musí dávať súčet deliteľný 3, aby číslo v prislúchajúcej oblasti bolo celé. Žiadna z možných trojíc ale túto podmienku nespĺňa (napr. $1 + 2 + 7 = 10$, $10 : 3 = 3$ zv. 1), a teda nám vzniká spor.

- V oblastiach máme okrem iných aj číslo 3. Súčet v bodkách okolo teda musí dávať $3 \cdot 3 = 9$. Najmenší súčet, ktorý ale vieme dosiahnuť z čísel 1, 2, 7, 8, je $1+2+7 = 10$. Číslu 3 teda nevieme priradiť správnu trojicu do bodiek, a teda nám vzniká spor.

- Vieme, že v bodkách musia byť čísla 1 a 2. Ich súčet je 3. Vidíme, že tento súčet je deliteľný troma, a teda do bodiek musíme pridať 2 ďalšie čísla, ktoré sú deliteľné troma, aby súčty boli deliteľné troma. Takýmito číslami sú iba čísla 3 a 6. Naša štvorica čísel v bodkách by teda bola $1, 2, 3, 6$. My už vieme, že 7 a 8 musia byť v bodkách tiež, takže tu nastáva prvý spor. Ďalej ak vyberieme z čísel 1, 2, 3, 6 trojicu 1, 3 a 6, tak súčet týchto čísel ($1+3+6 = 10$, $10 : 3 = 3$ zv. 1) nie je deliteľný troma a opäť nastáva spor, pretože oblasť prislúchajúca k tejto trojici bodiek by obsahovala necelé číslo.

Čísla teda nie je možné na plániku rozostaviť tak, aby spĺňali podmienky zo zadania

Komentár

Väčšina z vás úlohu vyriešila správne. Potešilo nás, že veľa z vás riešenie poriadne zdôvodnila, a teda sme mohli udeliť plný počet bodov. Niektorí však nedostatočne vysvetlili niektorú časť úlohy. Buď to, prečo môžu byť v bodkách iba čísla 1, 2, 7, 8, alebo to, prečo túto štvoricu nie je možné rozostaviť. Niektorí z vás sa rozhodli vyskúšať všetky možnosti, ako môžeme dostať nejaký súčet deliteľný troma, to sa ale vo veľa prípadoch vypomstilo, pretože ste zabudli na nejakú možnosť, a tým pádom bolo vaše riešenie nesprávne.

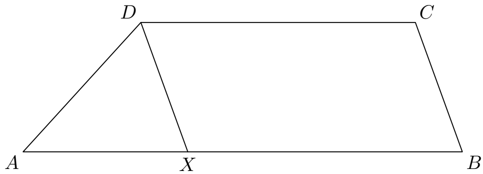
5

opravovali **Kristín Mišlanová** a **Lenka Hake**
najkrajšie riešenie: Matej Karpáč

35 riešení

Zadanie

Posteľ má tvar lichobežníka $ABCD$ s dĺžkami základní $|AB| = 8$ a $|CD| = 5$. Lichobežník je taký štvoruholník, ktorého dve strany (základne) sú navzájom rovnobežné. Uhol BCD má 110 stupňov a uhol BAD má 50 stupňov. Bod X leží na strane AB tak, že $|AX| = 3$. Perníček si bude vedieť správne naštelovať posteľ, keď zistí veľkosť uhla ADX. Ak máte s úlohou problém, tak by vám mohlo pomôcť naše Edukačné okienko z minuloročného časopisu Malynár-28-4. Úlohu neriešte rysovaním.

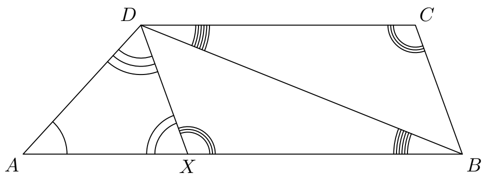


Riešenie

Začnime tým, že sa pozrieme na úsečku XB. Vieme, že $|AB| = 8$ a bod X leží na AB tak, že $|AX| = 3$. Teda $|XB| = 8 - 3 = 5$ a môžeme si všimnúť, že $|XB| = |CD|$. Okrem toho, XB leží na základni AB lichobežníka $ABCD$. Ako bolo vysvetlené v zadaní, základne sú navzájom rovnobežné, takže úsečka XB je rovnobežná s CD.

Vidíme, že úsečky XB a DC sú rovnako dlhé a rovnobežné. Z toho vyplýva, že aj úsečky BC a XD musia byť rovnako dlhé a navzájom rovnobežné.

Toto tvrdenie nie je nutné viac zdôvodňovať, ale pre úplnosť si ukážeme jednoduchý dôkaz, pre tých, ktorých to zaujíma alebo sa o tento dôkaz sami pokúšali (: Zameráme sa na dva trojuholníky, DXB a BCD. O ich stranách XB a CD vieme, že sú rovnako dlhé a stranu BD majú spoločnú. BD naviac pretína dve rovnobežky XB a CD, takže uhly XBD a BDC, ktoré k nej priliehajú, sú zhodné (pozor, takto umiestnené zhodné uhly nazývame striedavé, nie súhlasné, pretože priliehajú k BD akoby "z opačných strán", nie "z rovnakej strany"). Trojuholníky DXB a BCD majú teda dve zhodné strany a zhodný uhol týmito stranami zvieraný. To znamená, že celé trojuholníky sú zhodné podľa vety sus o zhodnosti trojuholníkov. Z tejto zhodnosti je už zjavné, že BC a XD musia byť rovnako dlhé a rovnobežné.



Späť k našej úlohe. Štvoruholník $XBCD$ je potom vlastne rovnobežník (štvoruholník, ktorého protiľahlé strany sú rovnobežné a majú rovnakú dĺžku). V rovnobežníku majú protiľahlé uhly rovnakú veľkosť (táto vlastnosť sa dá opäť odvodiť zo zhodnosti trojuholníkov DXB a BCD). Takže $|\angle DXB| = |\angle BCD|$, pričom podľa zadania je veľkosť uhla BCD rovná $110°$. Uhly DXB a DXA sú susedné uhly a súčet ich veľkostí je $180°$. Potom $|\angle DXA| = 180° - |\angle DXB| = 180° - 110° = 70°$.

Zo zadania ďalej vieme, že $|\angle BAD| = 50°$, čiže poznáme veľkosti dvoch z troch vnútorných uhlov v trojuholníku AXD. No, a keďže súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je vždy 180°, tak môžeme veľkosť uhla ADX jednoducho dopočítať:
$|\angle ADX| = 180° - |\angle BAD| - |\angle DXA| = 180° - 50° - 70° = 60°$.

Komentár
Väčšina z vás mala naozaj veľmi pekné riešenia. Najčastejšie ste body strácali kvôli tomu, že ste niektoré časti postupu málo vysvetlili. Napríklad to, že úsečky XD a BC sú rovnobežné, nie je samozrejmosť, ale je potrebné spomenúť, že to plynie z toho, že XB a CD sú rovnobežné a rovnako dlhé. Celkovo ale veľmi chválime každého, kto sa do tejto úlohy pustil (:

6

opravovali **Kubo** a **Gabča Genčiovci** 32 riešení
najkrajšie riešenie: Martina Osuská

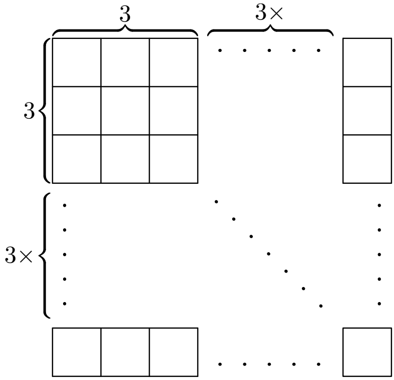
Zadanie
Na tabuľke máme číslo 1. Vždy môžeme vykonať jednu z týchto akcií:

- ku číslu pripočítať 9
- ak je číslo aspoň 6, tak od neho odpočítať 6
- vynásobiť ho samým sebou

Vieme niekedy dostať 0? Svoje riešenie poriadne zdôvodnite.

Riešenie
Najprv poďme zistiť, ako by sme vedeli dostať na tabuli 0. Na začiatku máme číslo 1 a na to, aby sme mohli číslo zmenšiť, potrebujeme mať číslo aspoň 6 (a potom od neho môžeme odčítavať 6). To znamená, že chceme docieliť, aby naše číslo na tabuľke bolo násobkom čísla 6, lebo potom ho budeme môcť postupne odčítavať, až kým nedostaneme 0.
Teraz sa však pozrime na to, či to je vôbec možné. Na to, aby bolo číslo násobkom 6, musí byť násobkom 2 a 3 zároveň.
Číslo na tabuľke bude násobkom 2, ak k nepárnemu číslu pripočítame 9, alebo od párneho čísla odpočítame 6 (prípadne párne číslo vynásobíme samým sebou). Je teda možné, aby číslo na tabuli bolo násobkom 2.
Číslo na začiatku je 1, čo má po delení 3 zvyšok 1. Avšak čísla 6 a 9, s ktorými môžeme vykonávať operácie, majú po delení 3 zvyšok 0. Ak budeme teda k číslu 1 pripočítavať 9 alebo odčítavať 6, zvyšok tohto čísla sa nezmení. Z toho vyplýva, že sčítavaním nevieme docieliť to, aby bolo číslo deliteľné 6.
Pozrime sa teraz, či to vieme docieliť násobením. Už vieme, že pokiaľ len pričítavame a odčítavame, tak zvyšok čísla po delení 3 zostáva 1. Preto aj teraz budeme pracovať len s číslami, ktorých zvyšok po delení 3 je 1. Chceme sa teda pozrieť, ako sa bude

tento zvyšok meniť, keď budeme takéto číslo násobiť samým sebou. Ak násobíme 2 rovnaké čísla, vieme si to nakresliť ako štvorcovú tabuľku, kde máme rovnaký počet políčok, ako je hodnota súčinu. Chceme ukázať, že túto tabuľku vieme rozdeliť na obdĺžniky, kde dĺžka aspoň jednej strany je násobok čísla 3. My sme si rozdelili tabuľku nasledovným spôsobom:



Keď sa pozrieme na obrázok, vidíme, že tam máme štvorec 3×3, ktorý spĺňa našu podmienku (dĺžka aspoň jednej strany je násobkom 3). Potom tam máme dvakrát časť označenú ako $3x$. Tieto 2 časti budú teda tvoriť obdĺžniky, ktoré budú tiež spĺňať našu vlastnosť (štvorec v ktorom sa prekrývajú priradíme do jednej z nich). Posledná časť je tá, ktorá vyjadruje zvyšok 1 po delení 3 (posledný riadok a posledný stĺpec). Tam môžeme vidieť, že máme dva obdĺžniky o veľkosti 3×1, dva obdĺžniky s jednou stranou dlhou $3x$, ale zvýšilo sa nám aj políčko 1×1, ktoré nemôžeme už nikam pridať. No a toto políčko, ktoré sa nám zvýšilo, predstavuje to, že aj po vynásobení takéhoto čísla samým sebou nám zostane zvyšok 1. Po násobení sme tiež dostali číslo, ktoré po delení 3 dáva zvyšok 1. To znamená, že ani násobením nevieme zmeniť ten zvyšok, a teda nikdy nemôžeme na tabuľke dostať 0.

Iné riešenie

Toto riešenie je určené najmä starším z vás. Bude totižto pracovať s prvočíslami. Ak však neviete o čo ide, no zaujíma vás to, tak myšlienka je zhruba nasledovná: Každé celé číslo väčšie ako 1 vieme rozdeliť na súčin niekoľkých čísel (aj jedného), pričom čísla v tomto rozklade sa už nedajú vydeliť bezo zvyšku ničím iným ako jednotkou alebo sebou samými. Takéto nedeliteľné čísla sa volajú prvočísla. Napríklad číslo 12 vieme rozložiť na súčin $2 \times 2 \times 3$, pričom ani 2, ani 3 sa už nedá vydeliť iným číslom ako jednotkou alebo samým sebou. Pozrime sa na to, ako to vieme využiť v našej úlohe.

Prvú časť riešenia (prvé dve akcie) nechajme ako v riešení vyššie. Teraz sa nám stačí zamerať na to, či číslo na tabuľke môže byť násobkom 3. Ako však vieme prvočísla využiť na to, aby sme ukázali, že keď vynásobíme dve čísla, ktoré nie sú násobkom troch, tak nedostaneme iný násobok trojky? Vieme, že prvé dve akcie nám dajú iba číslo, ktoré nie je násobkom troch. To znamená, že keď si ho rozdelím na súčin prvočísel, tak tam nikde nebude číslo 3. My násobíme číslo sebou samým. To vieme urobiť tak, že v rozklade každé číslo napíšeme ešte raz (z 12 by sa teda stalo $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$). Takto je jasné, že ak tam trojka nebola predtým, nebude ani po násobení, a preto nemôžeme dostať násobok trojky, ak násobíme číslo, ktoré nie je násobkom trojky, samým sebou. To znamená, že ani jedna z akcií nám nepomôže dostať na tabuľke nejaký násobok troch, a teda na tabuľke 0 nikdy nebude.

Komentár

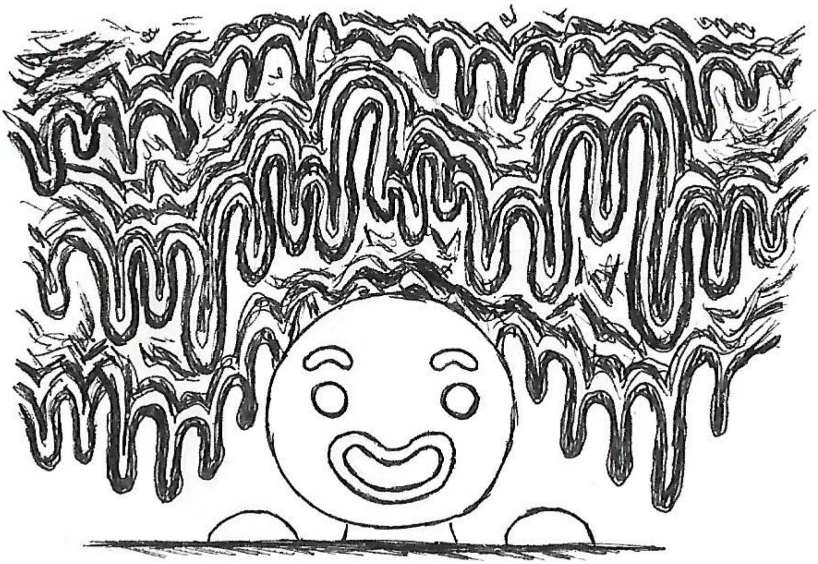
Ako ste možno z opravených riešení zistili, dôležitou súčasťou tejto úlohy bolo ukázať, prečo keď vynásobíme číslo samým sebou, zachová sa nám zvyšok po delení tromi. Sme radi, že sa mnohým podarilo nájsť nejakú formu toho, ako to ukázať, aj keď nie všetci ste to dotiahli do úplného konca. Veríme však, že metódy, ktoré sme vám tu ukázali, dokážete využiť v budúcnosti pri podobných úlohách.

Autori vzorových riešení: Viktória Brezinová, Jakub Genči, Martin Masrna, Martin Mihálik, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Žaneta Semanišinová, Martin Števko

Konečné poradie letného semestra 29. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 4.	Richard Prikler	Z6	GJARMPO	54	9	9	9	9	9	9	**108**
	Alena Chladná	Z4	ZKJNŠSt	54	9	9	9	9	9	9	**108**
	Adam Adamuščín	Z4	ŠpMNDaG	54	9	9	9	9	8	9	**108**
	Daniela Tkáčová	Z4	ZLevoSN	54	9	9	9	9	9	-	**108**
5. - 7.	Janka Urbánová	Z6	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	8	**107**
	Alenka Bálintová	Z6	CZRZaZA	53	9	9	9	9	9	9	**107**
	Hana Erdélyiová	Z4	ZPankBA	53	9	9	9	9	9	7	**107**
8. - 9.	Timotej Války	Z4	ZBoroBA	54	9	6	9	4	9	9	**105**
	Michal Vodička	Z6	GAlejKE	53	9	9	9	9	9	7	**105**
10.	Martina Osuska	Z6	ZDrJDMA	51	8	9	9	9	9	9	**104**
11.	Richard Semanišin	Z3	ZPAngKE	52	9	9	8	9	-	7	**103**
12.	Matej Karpáč	Z6	ZJŠveHE	50	9	9	9	9	9	7	**102**
13. - 14.	Hana Ihnátová	Z4	ZObcSeč	53	9	9	9	3	9	3	**101**
	Marek Cimrák	Z4	ZŠGaštZA	49	9	8	9	9	8	-	**101**
15.	Vojto Bálint	Z4	ZGaštZA	50	9	8	9	9	6	-	**100**
16.	Martin Boledovič	Z5	SZŠFelixBA	54	9	9	4	9	9	2	**98**
17.	Samuel Györi	Z6	ZKro4KE	54	9	3	9	9	9	3	**96**
18.	Ondrej Tóth	Z6	GVaršZA	48	7	7	8	9	9	6	**94**
19. - 20.	Stanislav Beneš	Z3	P107NYC	38	9	9	9	-	9	9	**92**
	Barbora Brindžáková	Z5	ZKro4KE	50	4	8	9	9	8	3	**92**
21.	Tomáš Lang	Z6	ZOKožSN	47	9	9	9	6	8	3	**91**
22. - 23.	Sara Vojtkova	Z5	ZPoliKE	41	9	8	9	9	7	2	**90**
	Boris Köröš	Z6	GAlejKE	42	8	9	7	9	9	6	**90**
24.	Barbora Menšíková	Z5	ZKro4KE	54	9	8	1	4	7	-	**84**
25.	Šimon Varga	Z5	ZKro4KE	46	5	7	9	4	7	4	**82**
26. - 27.	Janka Ľochová	Z6	GOpatKE	43	3	8	9	4	7	7	**81**
	Ondrej Medo	Z3	ZSchmit	42	9	9	8	-	4	-	**81**
28. - 29.	Barbora Cimráková	Z6	CZRZaZA	46	8	7	4	3	6	6	**80**
	Soňa Grofčíková	Z6	ZLNovKE	41	6	8	9	9	-	7	**80**
30.	Jakub Kopernický	Z6	ZAlžbNB	33	2	9	9	5	9	2	**69**
31. - 32.	Martin Kokoruďa	Z5	ZOKožSN	24	9	8	8	9	-	-	**58**
	Miriam Varechová	Z5	ZKro4KE	24	9	9	4	8	-	2	**58**
33.	Michal Jasso	Z6	UNESJNR	23	7	8	1	6	7	4	**56**
34.	Patrik Sklenár	Z3	ZKom6SL	33	9	-	4	-	-	-	**55**
35.	Magdaléna Škriabová	Z5	ZKro4KE	0	9	8	9	9	9	7	**52**
36. - 37.	Anna Krupová	Z4	ZKro4KE	50	-	-	-	-	-	-	**50**
	Magdaléna Škriabová	Z5	ZKro4KE	50	-	-	-	-	-	-	**50**
38.	Juraj Horňák	Z6	ZKro4KE	46	-	-	-	-	-	-	**46**
39.	Michal Šarkan	Z6	ZMRŠHLC	22	-	8	-	-	9	-	**39**
40.	Ema Vargová	Z6	ZStanKE	0	9	9	4	8	6	2	**38**
41.	Hana Hricová	Z5	ZKro4KE	27	-	6	-	-	-	-	**33**
42. - 43.	Richard Orosz	Z5	ZKro4KE	31	-	-	-	-	-	-	**31**
	Viktória Sarnovská	Z6	ZStanKE	0	9	8	1	3	8	2	**31**
44.	Sarah Klopstock	Z6	ŠpMNDaG	17	-	4	1	4	3	1	**30**
45.	Filip Daubner	Z3	ZBáhoň	27	-	-	-	-	-	-	**27**
46.	František Bublák	Z5	ZRabčice	11	6	9	-	-	-	-	**26**
47.	Jordan Stanislav Boiadjiev	Z6	ZOKožSN	24	-	-	-	-	-	-	**24**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
48.	Tomáš Polomský	Z6	ZKro4KE	22	-	-	-	-	-	-	**22**
49. - 50.	Viliam Slašťan	Z6	ZKro4KE	21	-	-	-	-	-	-	**21**
	Patrik Sliva	Z6	ZOKožSN	21	-	-	-	-	-	-	**21**
51. - 53.	Šarlota Šustová	Z5	ZKro4KE	19	-	-	-	-	-	-	**19**
	Ján Štiavnický	Z6	ZKro4KE	19	-	-	-	-	-	-	**19**
	Eva Kopková	Z6	ZStanKE	0	6	3	1	1	6	2	**19**
54.	Šimon Šima	Z6	ZKro4KE	18	-	-	-	-	-	-	**18**
55. - 57.	Daniela Harmanska	Z5	ZKro4KE	17	-	-	-	-	-	-	**17**
	Jakub Stramba	Z5	ZKro4KE	17	-	-	-	-	-	-	**17**
	Michal Válek	Z5	ZKro4KE	17	-	-	-	-	-	-	**17**
58.	Matúš Vlčko	Z6	UNESJNR	16	-	-	-	-	-	-	**16**
59. - 60.	Lenka Harmanska	Z5	ZKro4KE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
	Gregor Pribičko	Z5	ZKro4KE	13	-	-	-	-	-	-	**13**
61.	Lukáš Dankanin	Z5	ZKro4KE	10	-	-	-	-	-	-	**10**
62.	Laura Petrášková	Z6	ZOKožSN	7	-	-	-	-	-	-	**7**
63.	Dorián Lovič	Z6	ZKro4KE	4	-	-	-	-	-	-	**4**



Názov: MALYNÁR – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 6 • Máj 2020 • Letný semester 29. ročníka
Internet: malynar.strom.sk
E-mail: malynar@strom.sk

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM
ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk