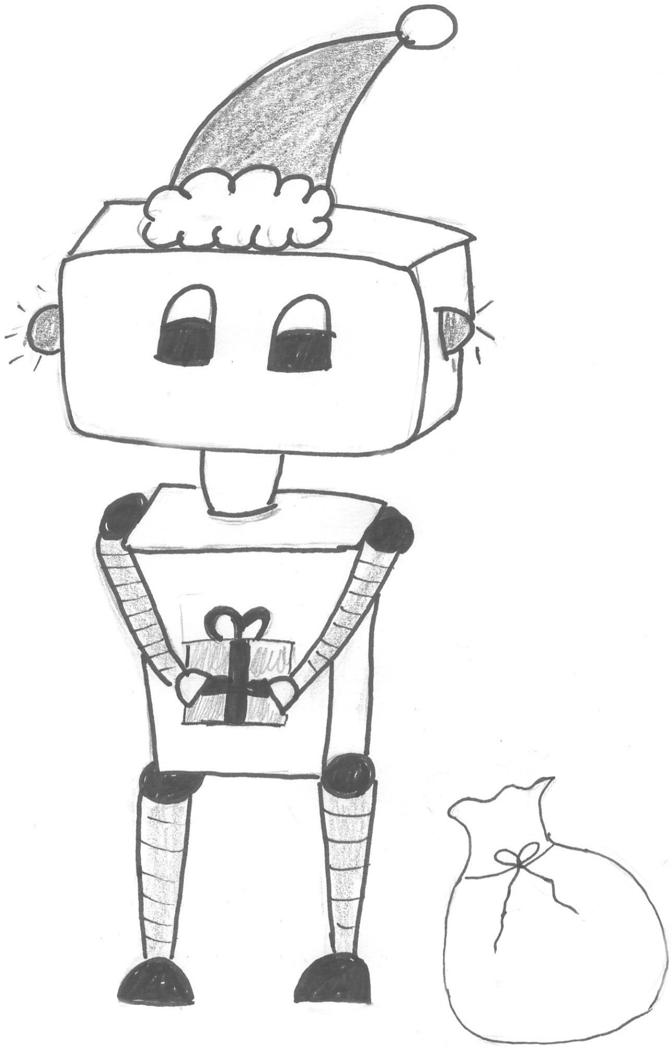
MALYNÁR

Číslo 3 — Ročník 28 malynar.strom.sk



8 \ na§OR

Hou hou hou Milé Malynárčatá!
Už cítite zubov drkoc.
Blíži sa čas Vianoc.
Tak snáď je vaša duša odpočatá,

pretože vedúcich čata,
prebdela nejednu noc.
A teraz tu máte body, niektorí málo, iní moc.
Takže chlapci a dievčatá,

pre tých najlepších z vás,
si vedúci pripravili,
Malynára sústredenie.

Aby ste spolu strávili,
matiky a kamošov plný čas.
No tomu sa nedá povedať „Nie!“

Vaši milovaní vedúci MALYNÁRa

-¶n}n®Ĺ }_0ɐ0j_9 ©u Ĺ}_0 ωen\ ¶_h jĹ\n 0h0 §}9

1 opravovali **Viki Brezinová** a **Martin Šalagovič**
najkrajšie riešenia: všetky 9-bodové riešenia

64 riešení

µ9L9j_0

Štyri roboty sa nachádzajú na priamke a predstavujú body P, Q, R a S v nejakom poradí. Vieme, že dĺžky úsečiek $|PQ|$, $|QR|$, $|RS|$ a $|SP|$ sú jednotlivo 13, 11, 14 a 12. Aké je poradie bodov na priamke a aká je vzdialenosť medzi bodmi, ktoré sú od seba najvzdialenejšie? Nezabudnite nájsť všetky možnosti.

|_0ɐ0j_0

Predstavme si, že už poznáme správne poradie bodov a podľa neho máme body poukladané na priamke. Stále, keď sa chceme presunúť z jedného bodu do druhého, tak sa hýbeme na priamke v dvoch smeroch: doľava alebo doprava. Začnime sa presúvať z bodu P po úsečkách zo zadania. Najprv sa presunieme z P do Q, prešli sme vzdialenosť 13. Potom sa presunieme z Q do R, prešli sme vzdialenosť 11. Presunieme sa z R do S, prešli sme 14. A nakoniec sa presunieme z S späť do P, prešli sme 12. Po týchto 4 presunoch sme znova v tom istom bode ako na začiatku, aj keď sme sa presúvali o rôzne vzdialenosti doprava, či doľava. To znamená, že celkovo sme museli prejsť doprava aj doľava rovnakú vzdialenosť – inak by sme sa na konci neocitli tam, kde sme začali, ale naľavo alebo napravo od začiatku.
Dokopy sme prešli $13 + 11 + 14 + 12 = 50$. Keďže sme prešli doľava aj doprava rovnako, tak sme každým smerom museli prejsť 25. Teraz by sme chceli zistiť, kedy sme sa hýbali ktorým smerom. Na to nám stačí rozdeliť tieto vzdialenosti do dvoch skupín tak, aby v každej bol súčet vzdialeností 25. Máme 4 vzdialenosti, každá z nich je kratšia ako 25, teda v každej skupine musia byť práve 2 vzdialenosti. Do prvej skupiny dajme 13, ako druhé tam potom musíme dať 12, aby bol súčet 25. V druhej skupine nám zostalo 11 a 14.
Teraz si už vieme zistiť poradie bodov. Povedzme, že prvá skupina znamená presun doľava a druhá presun doprava. Na priamku si umiestnime bod P. Teraz sa presúvame o 13 doľava a tam si zaznačíme Q. Z Q sa presúvame o 11 doprava, dostaneme bod R. A z R sa presúvame o 14 doprava do bodu S. Teda vzniklo nám poradie Q, R, P, S.
Ak by sme to vymenili, prvá skupina by bol presun doprava a druhá presun doľava, dostali by sme zrkadlové poradie bodov S, P, R, Q. V oboch prípadoch sú od seba najďalej body Q a S. Ich vzdialenosť je $|QP| + |PS| = 13 + 12 = 25$.

bnh0j§¾}

Mnohí z vás zle pochopili zadanie a priraďovali úsečkam dĺžky, pričom tie už boli známe zo zadania, vašou úlohou bolo prísť na vyhovujúce poradie týchto bodov. Ďalšou častou chybou bolo, že ste len našli riešenie, ale neukázali ste, že iné už neexistuje. To sa dalo buď nejakými úvahami, ako vo vzorovom riešení, alebo vyskúšaním všetkých možností. Ak úlohu riešite skúšaním možností, tak nám aj do riešenia napíšte možnosti, ktoré ste skúšali. Pretože ak nám napíšete len, že skúšal som možnosti a jediná, ktorá vyhovuje, je táto, tak vám za to nemôžeme dať veľa bodov, pretože nevieme, aké možnosti ste skúšali a či ste na nejakú nezabudli.

2 opravovali **Erik Berta** a **Vraťo Madáč**

najkrajšie riešenia: Eva Krajčiová

58 riešení

µ9L9j_0

Les má podobu štvorcovej tabuľky o rozmeroch $n \quad n$, ktorá je vyplnená všetkými číslami od 1 po $n \quad n$ tak, že čísla v každom riadku, každom stĺpci a aj na oboch hlavných uhlopriečkach majú rôzne súčty. Aká najmenšia tabuľka sa dá zostrojiť? Prečo sa menšia už zostrojiť nedá? (Ak ste sa s tým ešte nestretli, tak n označuje nejaké neznáme číslo. Ak by bolo napr. $n = 4$, tak ide o tabuľku so 4 riadkami a 4 stĺpcami, kde nájdeme čísla od 1 do 4 4, teda do 16.)

|_0ɐ0j_0

Začneme najmenšou tabuľkou s rozmermi 1 1. Tá má v každom stĺpci, riadku a uhlopriečkach súčet 1, takže nevyhovuje.
V tabuľke 2 2 máme čísla od 1 po 2 2 = 4. Tabuľka má 2 riadky, 2 stĺpce a 2 uhlopriečky, teda potrebujeme 6 rôznych súčtov. To ale nie je možné, pretože z čísel 1, 2, 3 a 4 vieme síce vytvoriť práve 6 súčtov, no iba 5 z nich je rôznych:

$$1 + 2 = 3; \quad 1 + 3 = 4; \quad 1 + 4 = U; \quad 2 + 3 = U; \quad 2 + 4 = 6; \quad 3 + 4 = 7:$$

Pre tabuľku 3 3 potrebujeme získať 8 rôznych súčtov. Z čísel 1 až 9 vieme vytvoriť 19 rôznych súčtov. Najmenší je 1 + 2 + 3 = 6 a najväčší 7 + 8 + 9 = 24. Čísel od 6 po 24 je 19. Zatiaľ nám nič nebráni v zostrojení tabuľky a po chvíľke skúšania ľahko nájdeme:

	7	6	5	18
	8	9	4	21
	1	2	3	6
15	16	17	12	19

Našli sme vyhovujúcu tabuľku 3 3 a dokázali sme, že menšia tabuľka zadaniu nevyhovuje. Tabuľka 3 3 je preto najmenšia, ktorá sa dá zostrojiť.

bnh0j§¾}

S nájdením vyhovujúcej tabuľky 3 3 väčšina z vás nemala problém. Niektorí však nepovedali prečo to nemôže fungovať pre tabuľku 2 2, za čo ste zbytočne stratili body. Vždy je potrebné svoje tvrdenia vysvetliť alebo dokázať. Rovnako, ak sa vyberiete cestou skúšania možností, je dôležité skontrolovať, či ste naozaj skúsili všetky možnosti. Niektorým, ktorí skúšali sa stalo, že nevyskúšali všetko alebo vyskúšali dve zhodné možnosti. Teší nás ale, že toľkí z vás úlohu vyriešili správne.

3 opravovali **Timka Szöllősová** a **Janči Richnavský** 58 riešení

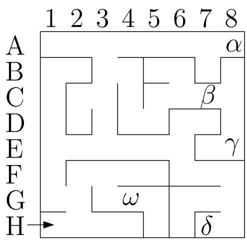
najkrajšie riešenie: Žofka Bartová

µ9L9j_0

V obávanom bludisku sa nachádza portál pod jedným z polí (alfa), (beta), (gama), (delta), *!* (omega). Každé pole sa nachádza na inom mieste (viď obrázok). Len pod jedným poľom sa nachádza portál a môžeme sa dostať len pod jedno zvolené pole. V okolí obávaného bludiska sa pohybovalo 5 strážcov, každý o portáli tvrdil niečo iné. Postupne títo piati ľudia povedali:

1. Na najkratšej ceste za portálom sa musíš aspoň štyrikrát otočiť doprava.
2. Portál sa nachádza v riadku označenom písmenom zapisujúcim spoluhlásku.
3. Na najkratšej ceste za portálom musíš prejsť aspoň cez 15 políčok.
4. Portál sa nachádza na políčku, ktoré je v stĺpci označenom párnym číslom.
5. Na najkratšej ceste za portálom sa musíš aspoň štyrikrát otočiť doľava.

Niektorí z nich však nehovorili pravdu. Ak by sme však vedeli, koľko z nich klamalo, dokázali by sme jednoznačne určiť, pod ktorým poľom sa portál nachádza. Pod ktorým? Do bludiska vchádzame otočení tým smerom, ktorým sme prišli. Na každom políčku sa vieme otočiť najviac jedenkrát, pričom otáčaním doprava resp. doľava myslíme otočenie o práve jednu štvrtinu kružnice.



|_0ɐ0j_0

Najprv si pri každom portáli zistíme, koľkokrát na ceste k nemu odbočíme doprava a doľava, aká dlhá je najkratšia cesta k tomuto portálu a na akom políčku leží, tieto údaje zaznamenáme do tabuľky:

Portál	Najmenší počet políčok	Poč. otočení doprava	Poč. otočení doľava	Písmeno políčka	Číslo políčka
(alfa)	17	3	3	A	8
(beta)	18	5	5	C	7
(gama)	21	6	5	E	8
(delta)	17	5	3	H	7
! (omega)	7	2	2	G	4

Ku jednotlivým výpovediam strážcov si podľa tejto tabuľky postupne určíme, či by ich výpoveď bola pri danom portáli pravda alebo lož:

Portál	Prvý strážca	Druhý strážca	Tretí strážca	Štvrtý strážca	Piaty strážca	Počet lží
(alfa)	dnˆ	dnˆ	Pravda	Pravda	dnˆ	3
(beta)	Pravda	Pravda	Pravda	dnˆ	Pravda	1
(gama)	Pravda	dnˆ	Pravda	Pravda	Pravda	1
(delta)	Pravda	Pravda	Pravda	dnˆ	dnˆ	2
! (omega)	dnˆ	Pravda	dnˆ	Pravda	dnˆ	3

Pre každý portál ešte spočítajme počty strážcov, čo klamú. Máme tri rôzne údaje – buď klamú traja, dvaja alebo jeden. Podľa zadania však vieme portál určiť jednoznačne. Ak by klamali traja, mohol by byť portál aj !, a teda nevieme ho určiť jednoznačne. Podobne, ak by klamal len jeden, mohol by byť portál aj aj . Ak by však klamali dvaja, vieme jednoznačne určiť, že portál sa nachádza pod políčkom . Preto vieme, že sa portál nachádza pod políčkom , teda *H*7.

bnh0j§¾}

Boli sme prekvapení, koľkí z vás sa pomýlili na rozlišovaní spoluhlások a samohlások, pozor treba dávať aj na slovíčka I]s. Avšak mnoho z vás zvládlo úlohu veľmi dobre. Podaktorí z vás sa chytili slovíčka „Niektorí“ v zadaní, a preto ste neuvažovali možnosti, že klame 0, 1 alebo všetci strážcovia. Úloha bola postavená tak, aby toto „slovíčkarenie“ nevadilo riešeniu, a preto sme za to ani nesťahovali body. No nabudúce radšej uvážte všetky možnosti a buďte si istí, že vaše riešenie je správne.

4 opravovali **Mimi Hanus** a **Mišo Masrna**

najkrajšie riešenie: Žofka Bartová

66 riešení

µ9L9j_0

Hráč *A* a Hráč *B* majú na papieri napísaných 100 jednotiek oddelených medzerami. Hráč *A* začína a s Hráčom *B* sa ťah po ťahu striedajú. Každý hráč musí v každom ťahu umiestniť medzi nejaké dve susedné jednotky znamienko plus alebo znamienko krát. Po vyplnení všetkých medzier ostane na papieri príklad, ktorého výsledok je buď párny, alebo nepárny. Ak je párny, vyhráva Hráč A, ak je nepárny, vyhráva Hráč B. Jeden z hráčov dokáže hrať tak, aby vždy vyhral, a to bez ohľadu na súperove ťahy. Ktorý z hráčov to je a prečo?

| _0ɐ0 j _0

Keďže medzi jednotkami je 99 medzier, každá hra bude trvať práve toľko ťahov, začínajúci hráč A ťahá posledný. Nakoľko súčin jednotiek je vždy 1, hodnota výsledného výrazu sa rovná počtu jeho členov (sčítancov), čiže počtu + zvýšenému o 1. Hráč A má v poslednom (99.) ťahu možnosť zmeniť alebo zachovať paritu počtu +, a teda aj výsledku vo svoj prospech a zaručiť si výhru.

b n h 0 j §¾}

Ak vám napadlo zamerať sa na posledný ťah, spravidla ste už (pomerne krátke a jednoduché) riešenie úlohy našli, čomu nasvedčuje značný počet deviatok. Táto myšlienka bola pre nájdenie stratégie kľúčová. Iba dvaja z vás zvládli popísať stratégiu bez využitia výnimočného postavenia posledného ťahu a ani jednému sa nepodarilo funkčnosť takého prístupu zdôvodniť na plný počet bodov. Viacerí ste sa pri písaní riešenia nevyjadrovali práve precízne, často sa objavovali najmä formulácie významu „aktuálny výsledok“ vo vzťahu k textu na papieri počas hry, avšak výraz obsahujúci medzery je prakticky bezo zmyslu (také označenia obyčajne počítali s tým, že predbežne si všade umiestnime krát, potom každé plus zmení hodnotu o 1, vzácnejšie aj naopak vyhodnocovali akési „tieňové“ plus v medzerách, pričom každé krát spojí dve jednotky do jednej). Také pre úlohu špecifické koncepty môže byť v riešení veľmi vhodné využiť, ale v budúcnosti si ich radšej sami zadefinujte (v niektorých prípadoch sú bez toho nepochopiteľné a aj v ostatných záleží na odhade čitateľa). Zriedkavejšie chyby sa vyskytovali v určení, kto ťahá posledný.

5

opravovali **Martin Albert Gbúr** a **Roman Staňo**
najkrajšie riešenie: Eva Krajčiová

45 riešení

µ 9L9 j _0

Okolo okrúhleho stola je v pravidelných rozostupoch rozostavených pätnásť stoličiek. Na stole sú kartičky s menami pätnástich hostí. Hostia si všimli kartičky až keď si už sadli. A tak sa stalo, že nikto z pätnástich hostí nesedel pred svojou vlastnou kartičkou. Dokážte, že je možné otočiť stôl tak, aby aspoň dvaja hostia sedeli na správnych miestach.

| _0ɐ0 j _0

Existuje 15 rôznych otočení stola, lebo ku každej zo stoličiek vieme natočiť 15 rôznych kartičiek. Pre každého hosťa existuje práve jedno otočenie také, aby sedel na správnom mieste, čiže aby sa meno na kartičke zhodovalo s menom človeka, čo na danej stoličke sedí. Vieme, že pri jednom z 15 otočení (pri súčasnom), ani jeden z hostí nesedí pri svojej stoličke. To znamená, že pri zvyšných 14 otočeniach musí pre každého z 15 hostí nastať taká situácia, aby sedeli na správnom mieste. Ak chceme 15 takýchto situácií rozdeliť medzi 14 otočení, musia pri jednom z otočení nastať aspoň 2 tieto situácie. Keby sme ku každému otočeniu priradili jednu situáciu, kedy by nejaký hosť sedel na správnom mieste, stále by nám ostala nejaká situácia, ktorú by sme museli priradiť k otočeniu, kedy už niekto sedel na správnom mieste. Tento jav sa zvykne v matematike nazývať aj Dirichletov princíp. Ten tvrdí, že ak chceme umiestniť m predmetov do n priehradok a m je väčšie ako n, musia sa aspoň v jednej priehradke nachádzať aspoň dva predmety.

b n h 0 j §¾}

Väčšina z vás riešila túto úlohu len pre jeden konkrétny prípad, pre jedno rozmiestnenie kartičiek a hostí. Vtedy ste nám ukázali, ako môžeme stôl pootáčať, aby aspoň dvaja hostia sedeli pri istom otočení na svojom mieste. Avšak v úlohe sme sa nepýtali len na to jedno konkrétne rozmiestnenie, ale na všeobecné riešenie, čiže na všetky možné prípady, ktoré by mohli nastať. Preto sme vám za neúplné riešenia nemohli dať veľa bodov. Pravdaže, bolo by veľmi zdĺhavé vypisovať všetky možnosti, a preto to bolo najrýchlejšie vyriešiť úlohu spôsobom v našom vzorovom riešení. Ak ste už prišli na kľúčovú myšlienku riešenia, podarilo sa vám poväčšine dotiahnúť dôkaz do úplného konca. Niektorí ste nám neukázali, ako ste k tomuto riešeniu prišli, a tak sme aj vám museli strhnúť niekoľko bodov. Znalosť Dirichletovho princípu nebola pri tejto úlohe potrebná, no tí, ktorí ho už poznajú, určite vyriešili túto úlohu ľavou zadnou :-).

6 opravovali **Gabča Genčiová** a **Roman Staňo** — 42 riešení
najkrajšie riešenie: Bruno Michael Kraner

µ9L9 j _0

Koľko rôznych sedempísmenových „slov“ vieme vytvoriť z písmen A, B, C, D? „Slovo“ je ľubovoľný zhluk abecedne zoradených písmen - napríklad $AAAABBD$ je „slovo“ ale $AACCBDA$ nie je. „Slová“ sú rovnaké len vtedy, ak sa zhodujú písmená na všetkých ich pozíciách. V „slove“ nemusíme použiť každé zo štyroch písmen.

| _0ɐ0 j _0

Pred tým než sa pustíte do čítania tohto riešenia vám odporúčame pozrieť si naše *0L«c9ċjĹ nc_0jcn* z prvého časopisu, pretože sa naň budeme odkazovať. Použijeme metódu „Bars & Stars“, predstavenú v spomenutom okienku. Najprv si uvedomme, že poradie písmen v „slove“ je dané tým, že sú zoradené abecedne. Každé „slovo“ je teda postupnosť písmen A, za ktorou nasleduje postupnosť písmen B, za nimi C a nakoniec D. Zdôraznime, že postupnosť v tomto význame môže nemať aj žiadne písmeno. Jediná vec, čo nám preto stačí na definovanie „slova“ je len počet jednotlivých písmen – ich poradie je potom dané. Vieme, že písmen je v „slove“ spolu 7, a preto budeme slovo reprezentovať ako 7 hviezdičiek v rade. Umiestnime do medzier medzi hviezdičiek tri prepážky avšak s tým rozdielom oproti 0L«c9ċjĹh« nc_0jc«, že do jednej medzery môžeme vložiť aj viac ako jednu prepážku. Počet hviezidičiek od ľavého kraju slova až po prvú prepážku predstavuje počet písmen A, počet hviezdičiek od prvej po druhú prepážku zas písmeno B a tak ďalej. Napríklad slovo $AAABBBD$ vieme podľa „Bars & Stars“ napísať ako ★★★j★★★jj★, alebo slovo $ABCDDDD$ ako ★j★j★j★★★★. Je dôležité si uvedomiť, že každé vyhovujúce „slovo“ vieme vytvoriť vložením troch prepážok medzi hviezdičky a tiež, že dve „slová“ sú rovnaké len vtedy, ak majú prepážky na rovnakých pozíciach medzi hviezdami. Odtiaľ už nie je ťažké úlohu dopočítať – stačí nám spočítať počet spôsobov, ktorými vieme povkladať tri rovnaké prepážky medzi hviezdy. Na tento problém sa vieme pozrieť nasledovne: majme v rade 10 znakov, vyberieme trojicu z nich a tie prehlásime za prepážky, zvyšok sú hviezdičky. Ostáva nám teda zrátať len počet spôsobov, ktorými vieme vybrať trojicu znakov z desiatich znakov. Podľa návodu v 0L«c9ċjnh nc_0jc« ľahko prídeme na to, že to je (10 9 8) : (3 2 1) = 120, čo je hľadaný počet slov.

bnh0j§¾}

V prvom rade, nás teší, že mnohí z vás si niečo skutočne vzali z 0L«c9ċjĹ\n nc_0jc9 a úlohu vyriešili veľmi podobne ako my vo vzorovom riešení. Môžete nám veriť, že princíp „Bars & Stars“ sa vám ešte v budúcnosti bude v matematických súťažiach hodiť. Väčšina riešiteľov nám však možnosti zaradom vypísala. Popravde, od tohto spôsobu sme sa vás snažili odradiť tým, že sme úlohu postavili tak, aby bol počet slov celkom vysoké číslo. V podstate každé z týchto riešení bolo chybné. Nikto z riešiteľov sa neobťažoval dokázať, že vypísané možnosti sú skutočne všetky, čo je neoddeliteľnou časťou takéhoto riešenia. Ako inak zoberieme istotu, že sme našli naozaj všetky možnosti? Dokonca aj ak vypisujete možnosti podľa nejakého systému, je nutné ukázať, že tento systém zahrnie každú možnosť a zároveň nezapočíta jednu možnosť viackrát. Okrem týchto matematických chýb ste sa dopúšťali aj čitateľských – viacero z vás opomenulo fakt, že písmená „slova“ sú v abecednom poradí a riešili tak „vlastnú“ úlohu, a síce aký je počet sedempísmenových slov zo štyroch písmen. To je oproti pôvodnej verzii výrazne jednoduchšie a nemohli sme to bodovo ohodnotiť. Nabudúce sa preto usititie, či ste si zadanie prečítali správne.

8«§n}_ ®¶n}n®ꜝH\ }_0ɐ0j∂I Florián Hatala, Roman Staňo, Jakub Genči, Daniel Onduš, Zuzana Ontkovičová

bnjOċjĹ qn}9L_O ¶_h jĹ\n OhO §}9 ©Pu }nċj∂c9

pn}9L_0	g 0jn 9 q}_0¶®_ cn	|nċj∂c	ɏcne9	p~	ou	©u	¨u	Vu	Uu	£u	G~
ou] ¨u	|_H\9}L p}_ce0}	µU	µ-9^0pm	UV	k	k	k	k	k	k	**o·P**
	g 9}§_j9 m « c9	µU	µK}`Kg 8	UV	k	k	k	k	k	k	**o·P**
	g_H\9e -nL_ċc9	µU	µ?0o£bN	UV	P	k	k	k	k	k	**o·P**
Vu	?}«jn g_H\90e b}9j0}	µV	µ?9ac?8	UV	k	k	¢	]	k	k	**o·£**
Uu] £u	g_e9j `n¶0T pncn}jˡ	µ£	W`[	U¨	k	k	k	k	k	¢	**o·U**
	˅nTc9 ?9}§n®¾	µV	µ?9ac?8	UV	k	k	k	k	£	·	**o·U**
¢u	N®9 b}9aċ_n®¾	µ£	W8e0abN	Uo	k	k	¢	k	k	k	**o·¨**
Pu	8e0jc9 ?¾e_j§n®¾	µU	Gµ|µ9´µ8	VP	k	k	k	k	k	¢	**o·©**
ku	Ʒ«Lh_e9 b}«qn®¾	µ£	µb}nVbN	U©	k	k	k	k	V	¢	**kk**
o·u	b9§9}∂j9 G\9@n®¾	µ£	µdin®bN	U¨	V	k	k	k	V	k	**k¢**
oou	i9§¾e_9 ¦c¾ċn®¾	µ£	µd0®n~i	V¢	£	k	k	P	V	k	**k©**
o©u	mjL}0a ¦G§\	µU	µ[Q}c´	U©	V	P	k	£	]	¨	**PU**
o¨u	8j0§9 ɏ§0T9jċ∂jn®¾	µ£	W`8|pm	VV	¢	k	P	k	©	¨	**P©**
oVu	`9jc9 ª}@¾jn®¾	µU	µb}nVbN	VV	k	k	k	¢	]	]	**¢P**
oUu	g 9§ɷe µn}_ċ¾c	µ£	~ge¾Lpp	¨k	P	k	o	P	V	U	**¢V**
o£u] o¢u	me_®0} ~0h9j	µ£	W8e0abN	V·	o	k	k	k	]	U	**¢¨**
	|9Ln®9j g_e_¾j	µ£	µb}nVbN	¨V	¨	k	k	k	©	¢	**¢¨**
oPu	?9}@n}9 G_h}¾cn®¾	µU	Gµ|µ9´µ8	V·	¨	k	k	o	k	]	**¢©**
oku] ©·u	S_e_q bn®¾H	µU	µg|ɏ[dG	¨U	¨	P	k	·	k	¨	**¢·**
	g_H\9e S0}L_j9jL´	µU	µpne_bN	Vo	£	k	]	¨	¨	U	**¢·**
©ou	N §0} ~¶9@9}_n®¾	µ£	W8e0abN	V¨	k	U	·	¨	k	]	**£k**
©©u	g 9}§_j -ȷ@9	µU	µb}nVbN	V¨	¨	k	·	k	]	·	**£V**
©¨u] ©Vu	ɏ_hnj ~§9jn	µ£	NW`8bbN	¨P	k	]	k	o	¨	¨	**£¨**
	`9c«@ Ċ9j∂c	µ£	W8e0abN	©k	¨	o	k	k	k	¨	**£¨**
©Uu	¦0n W0}§e0}	µU	µbne_?8	©£	P	k	©	k	·	¨	**Uk**
©£u] ©¢u	`«}9a ~§9H\	µU	µ¦~ip??	¨©	·	k	]	k	·	©	**U©**
	-_c§n} ?nX« cˡ	µU	µ`«\-j¦	©©	o	P	k	k	©	·	**U©**
©Pu	g 9§0a -¾e0c	µ£	µb}nVbN	©£	o	¨	¨	P	k	]	**U·**
©ku	8L9h W«@∂c	µU	µb}nVbN	©V	k	k	¨	]	]	·	**VU**
¨·u	8e0²9jL}9 g_H\9e∂cn®¾	µ£	µb}nVbN	©£	]	·	¢	k	]	·	**V©**
¨ou	i_j9 bneċn®¾	µU	b~®gpm	o¨	¨	o	]	k	k	V	**V·**
¨©u	|_H\0ee0 8jL}¾ ´n®¾	µ£	µb}nVbN	ok	¨	¢	o	k	]	]	**¨k**
¨¨u	d«c¾e [9j0	µ£	µb}nVbN	©k	]	·	k	·	]	]	**¨P**
¨Vu	¦nh¾e d9jX	µU	µmbn^~i	oP	·	o	k	k	]	]	**¨¢**
¨Uu] ¨£u	|_H\9}L ~0h9j_e_j	µ©	µp8jXbN	oo	¢	k	]	]	]	]	**¨£**
	g 9}_0 b9 9en®¾	µV	µgn\p|8	¨·	]	]	]	¨	]	]	**¨£**
¨¢u] ¨ku	`¾j ɏ§_9®j_Hcˡ	µU	µb}nVbN	oP	U	©	¨	£	]	]	**¨V**
	d«c¾e me0²9	µ£	µbnh0g^	o©	·	k	o	k	]	¨	**¨V**
	?9}@n}9 b9}H\ű¾cn®¾	µU	µmbn^~i	o·	¨	¢	P	£	]	]	**¨V**
V·u	~9h«0e W´Ǹ}_	µU	µb}nVbN	oU	]	¢	¨	£	©	]	**¨¨**
Vou	Ne0j9 p9®e_j c¾	µ£	µK}«¶bN	o·	¨	]	k	£	©	]	**¨·**
V©u	b}_ §∂j9 bnċ_ecn®¾	µU	b~®gpm	o©	V	]	]	k	©	]	**©¢**
V¨u] VVu	ɏ_hnj ~§}_q9a	µ£	µb}nVbN	oP	]	¢	]	o	]	]	**©£**
	K«e9j ^®9j	µ£	µb}nVbN	o¨	]	V	]	k	]	]	**©£**
VUu	g 9}0c g 9e0aċ∂c	µU	µmbn^~i	¢	k	]	]	k	]	]	**©U**
V£u	ɏ_hnj ɏcnh@¾}	µU	µb}nVbN	oU	¨	·	·	¨	©	o	**©V**
V¢u] VPu	~_hnj ¦_§cn	µ£	µ`«\-j¦	o£	·	o	·	·	o	U	**©¨**

pn}9L_0	g 0jn 9 q}_0¶®_ cn	|nċjðc	ÿcne9	p~	ou	©u	¨u	Vu	Uu	£u	G~
	g 9}§_j 8 j§nɐ	µ£	W8e0abN	·	]	P	¨	k	]	¨	**©¨**
Vku] Uou	8L9h ^eċðc	µ£	µb}nVbN	P	]	]	£	P	]	]	**©©**
	¦nh¾ɐ pnenh c˧	µU	µb}nVbN	o¢	]	]	]	·	U	]	**©©**
	Nh9 [«L¾cn®¾	µ£	W8e0abN	©©	]	]	]	]	]	]	**©©**
U©u] U¨u	µ_j9 ?9@_j c¾	µ£	µg |ÿ[dG	o·	¨	U	©	o	]	·	**©o**
	¦nh¾ɐ K9ṹn	µ£	µK}«¶bN	oo	¨	]	©	¨	©	]	**©o**
UVu] UUu	?nXL9j9 ~§«L0jcn®¾	µ£	µb}nVbN	o¨	·	·	]	£	]	o	**©·**
	mjL}0a bn®¾ċ	µU	µb}nVbN	o·	¨	·	]	¢	]	]	**©·**
U£u	i0e9 [¾an® c¾	µ£	W[}nj?8	oP	·	·	·	·	·	o	**ok**
U¢u	W}0Xn} ?0}§9	µU	µge´j~G	oP	]	]	]	]	]	]	**oP**
UPu	[9j9 ~0h9jċðcn®¾	µ£	W8e0abN	o¢	]	]	]	]	]	]	**o¢**
Uku] £©u	g_H\9e ÿ9}c9j	µU	µg |ÿ[dG	o·	]	V	]	]	©	]	**o£**
	-_e_9h ~e9ɐg9j	µU	µb}nVbN	o·	·	o	¨	]	©	]	**o£**
	i9§¾e_9 d0jXn®¾	µU	µb}nVbN	P	©	]	©	V	]	·	**o£**
	g_H\90e9 ÿq9cn®¾	µU	µmbn^~i	o	¨	V	·	£	©	]	**o£**
£¨u	|nh9j -_}¾X	µ£	W8e0abN	o©	·	]	·	]	]	¨	**oU**
£Vu] £Pu	g9}§_j9 Ʒ«q§¾cn®¾	µ£	µg |ÿ[dG	k	¨	]	©	·	]	·	**oV**
	m c9} G9H9}9	µ£	µb}nVbN	k	¨	]	]	]	©	]	**oV**
	³9cn@ dn«@	µ£	µb}nVbN	£	·	]	]	U	©	o	**oV**
	me_®0} W}n\	µU	µb}nVbN	oV	]	]	]	]	]	]	**oV**
	8jj9 b«H\§n®¾	µ£	W8e0abN	oo	¨	·	·	]	]	·	**oV**
£ku] ¢·u	g_H\90e9 ?nLj¾}n®¾	µ£	W8e0abN	¢	]	V	o	o	]	]	**o¨**
	~_hnj `9c«@	µU	µb}nVbN	P	¨	]	·	·	©	]	**o¨**
¢ou] ¢¨u	|0jĹ -9jċn	µ£	µK}«¶bN	o©	]	]	]	]	]	]	**o©**
	|ne9jL b9q}¾e	µ£	µW}«jbb	k	·	]	¨	]	]	]	**o©**
	d0® g0ej´H\«c	µ£	µp8jXbN	·	U	V	·	]	¨	·	**o©**
¢Vu	|9 §_ e9® m@ɐ_§jðc	µU	µb}nVbN	P	·	·	©	]	o	]	**oo**
¢Uu] ¢£u	Knh_j_c `9jðc	µU	µ[Q}c´	o·	]	]	]	]	]	]	**o·**
	Kn}_¾j dn®_ċ	µU	µb}nVbN	£	·	·	©	]	©	]	**o·**
¢¢u	K9j_0e ~nqcn	µU	µ~q?´ §	k	]	]	]	]	]	]	**k**
¢Pu] ¢ku	K¾®_L `9®n} c˧	µ£	µ~q?´ §	P	]	]	]	]	]	]	**P**
	p9§}_c ~e_®9	µU	µmbn^~i	¢	·	]	]	o	]	]	**P**
P·u] P¨u	K¾®_L W´Ǹ}_	µ£	µb}nVbN	©	]	]	]	¨	©	]	**¢**
	`«}9a [n}ṹ¾c	µU	µb}nVbN	¢	·	]	]	]	]	]	**¢**
	S_e_q Knaċ¾c	µU	µb}nVbN	¢	]	]	]	]	]	]	**¢**
	`n}L9j ~§9j_ e9® ?n_9La_0®	µU	µmbn^~i	¢	]	]	]	]	]	]	**¢**
PVu] PPu	8jj9 `9Hcn®¾	µ£	W¦}0@bN	£	]	]	]	]	]	]	**£**
	8e_H9 `«\¾ n®¾	µ£	µb}nVbN	£	]	]	]	]	]	]	**£**
	in0e gne_§n}	µ£	µ~q?´ §	£	]	]	]	·	]	]	**£**
	¦nh¾ɐ K«ċ9_	µU	µ?0o£bN	¨	·	·	·	·	©	o	**£**
	ÿ_hnj p}_@_ċcn	µ£	µb}nVbN	V	·	]	]	]	©	]	**£**
Pku	~9h«0e g9Hn	µ£	µb}nVbN	V	]	·	·	o	]	]	**U**
k·u] k©u	p9gc9 pe9H\0§cn®¾	µ£	µb}nVbN	o	]	]	]	¨	]	]	**V**
	`œe_« be0_j	µU	µb}nVbN	V	]	]	]	]	]	]	**V**
	[9j9 -neɐðcn®¾	µ£	µb}nVbN	o	]	·	]	]	]	¨	**V**
k¨u] k£u	g9²_h_e_¾j W9eLn}	µU	µmbn^~i	¨	]	]	]	]	]	]	**¨**
	-9j0 c9 ?e9ɐċ¾cn®¾	µU	µmbn^~i	¨	]	]	]	]	]	]	**¨**
	Nh9 ÿ_qnen®¾	µ£	W¦}0@bN	¨	]	]	]	]	]	]	**¨**
	g9§0a ÿ_hcn	µ£	W8e0abN	·	¨	]	]	]	]	]	**¨**